



საქართველოს საპატრიარქოს წმ. ანდრია ჰირველწოდებულის სახელობის

ქართული უნივერსიტეტი

ფიზიკა-მათემატიკურ და კომპიუტერულ მეცნიერებათა სკოლა  
(ფაკულტეტი)  
კომპიუტერული ტექნოლოგიები და მათემატიკური მოდელირება

ნუგზარ კერესელიძე

ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება

საქართველოს საპატრიარქოს წმ. ანდრია პირველწოდებულის სახელობის  
ქართული უნივერსიტეტი  
ფიზიკა-მათემატიკურ და კომპიუტერულ მეცნიერებათა სკოლა  
(ფაკულტეტი)  
კომპიუტერული ტექნოლოგიები და მათემატიკური მოდელირება

**ნუგზარ კერესელიძე**

**ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება**

**თბილისი**

**2012**

**კერესელიძე ნუგზარი**

**ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება - მონოგრაფია, თბილისი, 2012 წ., 176 გვ.**

მონოგრაფიაში განხილულია და გადაწყვეტილია რიგი ამოცანებისა პროფ. თემურ ჩილაჩავას მიერ შემოთავაზებული ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელებიდან - ინფორმაციული ომის მოდელირების ახალი მიმართულებიდან; განხილულია: ზოგადი წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი, მისი კერძო შემთხვევები; არაწრფივი უწყვეტი; წრფივი დისკრეტული, მისი კერძო შემთხვევები; გამოკვლეულია ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების მინიმინიზაციის, ოპტიმალური მართვის ამოცანები. ნაპოვნია და გამოკვლეულია მათემატიკური მოდელების ზუსტი ანალიზური ამოხსნები; გამოყენებითი პროგრამების პაკეტი Matlab-ის საშუალებით ამოხსნილია რიგი მათემატიკური მოდელები, ჩატარებულია გამოთვლითი ექსპერიმენტი და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია. მათემატიკური მოდელის კონსტანტებსა და საწყის პირობებს შორის დადგენილია თანაფარდობები, რომლის დროსაც ანტაგონისტური მხარეები აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს; ერთი, ანაც ორივე მხარე, ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

**რედაქტორი - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი**  
**თემურ ჩილაჩავა**

**რეცენზენტები - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი**  
**ილია თავხელიძე;**

**ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი**

**ბესარიონ დოჭვირი;**

**ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი**

**თამაზ ობგაძე**

## ანოტაცია

მსოფლიოში მაღალი ტემპით მიმდინარე გლობალურმა ტექნოლოგიურმა ცვლილებებმა და ინფორმატიზაციამ წარმოშვა სახელმწიფოთაშორის ახალი ტიპის დაპირისპირება - ინფორმაციული ომი. წამყვანმა ქვეყნებმა ამ მძლავრი დაპირისპირების საპასუხოდ შექმნეს ინფორმაციული ომის ნაციონალური დოქტრინები.

ნაშრომში გადაწყვეტილია რიგი ამოცანებისა პროფ. თემურ ჩილაჩავას მიერ შემოთავაზებული ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელებიდან - ინფორმაციული ომის მოდელირების ახალი მიმართულებიდან; განხილულია: ზოგადი წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი, მისი კერძო შემთხვევები; არაწრფივი უწყვეტი; წრფივი დისკრეტული, მისი კერძო შემთხვევები; გამოკვლეულია ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების მინიმუზაციის, ოპტიმალური მართვის ამოცანები. ნაპოვნია და გამოკვლეულია მათემატიკური მოდელების ზუსტი ანალიზური ამოხსნები; გამოყენებითი პროგრამების პაკეტი Matlab-ის საშუალებით ამოხსნილია რიგი მათემატიკური მოდელები, ჩატარებულია გამოთვლითი ექსპერიმენტი და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია. მათემატიკური მოდელის კონსტანტებსა და საწყის პირობებს შორის დადგენილია თანაფარდობები, რომლის დროსაც ანტაგონისტური მხარეები აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს; ერთი, ანაც ორივე მხარე, ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

შემოთავაზებულ მათემატიკურ მოდელებს თეორიულ ინტერესთან ერთად გააჩნიათ პრაქტიკული მნიშვნელობაც. მოდელები იძლევიან საშუალებას ინფორმაციული შეტევების უკვე საწყისი ეტაპის ანალიზით მოვახდინოთ ინფორმაციული ომის განვითარების პროგნოზირება; სამშვიდობო მხარისთვის ინფორმაციული ომის დასრულებისათვის აუცილებელი რეკომენდაციების შემუშავება.

## Summary

High rate global technological changes and informatization in the world have generated a new type of confrontation between countries - the information warfare. The leading countries in response to a powerful opposition have established national information warfare doctrine.

In this monograph there are solved a number of problems of the new direction of mathematical modeling of information warfare – from “Mathematical modeling of the informa-

tion streams”, proposed by Professor Temur Chilachava; there is discussed the general linear continuous, its special cases; the continuous nonlinear; linear discrete, its special cases; there are problems of minimization and optimal control of mathematical models of information warfare. There is found and studied the exact analytical solution to mathematical models, there are solved a number of mathematical models by means of applied software package Matlab, computing experiment is made and visualization of results is given. Between the constants and initial conditions of the mathematical model there are found ratios at which the antagonistic sides reinforce information attacks, either one or both sides complete the information warfare. The offered mathematical models besides purely theoretical interest have also practical value. The models allow to predict the development of the information warfare by the analysis of the initial stage of information attacks; to develop necessary recommendations for the peacekeeping side to complete information warfare.

## სარჩევი

შესავალი. ....	6
თავი I. ინფორმაციული ომის წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელები.....	15
§1.1. ინფორმაციული ომის ზოგადი წრფივი მათემატიკური მოდელი.....	15
§1.2. მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი. ....	34
§1.3. მოწინააღმდეგის იგნორირების პრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი.....	49
თავი II. ინფორმაციული ომის წრფივი დისკრეტული მათემატიკური მოდელები.....	62
§2.1. მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი. ....	63
§2.2. მოწინააღმდეგის იგნორირების პრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი. ....	87
თავი III. ინფორმაციული ომის არაწრფივი მათემატიკური მოდელები.....	115
§3.1. მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის უწყვეტი მათემატიკური მოდელი. ....	115
§3.2. ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგეების ინფორმაციული ომის უწყვეტი მათემატიკური მოდელი. ....	124
თავი IV. ექსტრემალური ამოცანები ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელებში.....	141
§4.1. მინიმიზაციის ამოცანა ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელში ....	141
§4.2. ოპტიმალური მართვის ამოცანა ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელში. ....	156
დასკვნა .....	166
ლიტერატურა .....	174

## შესავალი

ინფორმაციული ომის თეორიას, რომლის ჩამოყალიბება, ფორმალიზაცია, მოხდა სულ რაღაც სამი-ოთხი ათწლეულის წინ, დღეს უკვე გააჩნია ფართო გამოყენებითი მნიშვნელობა. მას აქტიურად ითვალისწინებენ მრავალი ქვეყნის ინფორმაციული უსაფრთხოების შემუშავებისას. პირველად აშშ-ში შეიქმნა საპრეზიდენტო კომისია ე.წ. კრიტიკული ინფრასტრუქტურის დასაცავად, შემდეგ ამ კომისიის დასკვნებზე შემუშავდა პრეზიდენტის № 63 დირექტივა, რომელიც 1998 წელს გახდა ინფორმაციული უსაფრთხოების უზრუნველყოფის სამთავრობო პოლიტიკის საფუძველი [43]. აშშ-ის თავდაცვის სამინისტროს მიერ იქნა გამოყენებული ქსელცენტრული ომის ახალი სამხედრო დოქტრინა. ინფორმაციული ომი, ინფორმაციული ოპერაცია ქსელცენტრული ომის დოქტრინის შემადგენელი ნაწილია. დასავლეთის წამყვანი ქვეყნები უკვე ამზადებენ ინფორმაციული ომის ვიწრო სპეციალისტებს. აშშ-ში, თავდაცვის ეროვნულ უნივერსიტეტში მოქმედებს ინფორმაციული ომის და სტრატეგიის სკოლა. კალიფორნიის საზღვაო სკოლაში ინფორმაციული ომის ჯგუფს უკითხავენ ლექციების კურსს: ინფორმაციული ოპერაციების პრინციპები; ფსიქოლოგიური ოპერაციები; ინფორმაციული ომი: დაგეგმარება და შეფასება; ინფორმაციული ომის შეფასება. ინფორმაციულ ომს სათანადო ყურადღებას უთმობენ უკიდურესი აღმოსავლეთის ქვეყნები: ჩინეთი, იაპონია, კორეა, ავსტრალია. ინფორმაციული ომის თეორიის სხვადასხვა მიმართულებები განიხილება ამისთვის სპეციალურად შექმნილ ათეულობით სამეცნიერო ჟურნალებში, რეგულარულად ტარდება სამეცნიერო კონფერენციები.

რუსეთმა დაგვიანებით, მაგრამ მანაც დაიწყო ინფორმაციული ომის მიმართულებით მოქმედება. რუსეთის თავდაცვის სამინისტრო ინფორმაციულ-პროპაგანდისტულ ცენტრს ქმნის, რომელიც სხვა ამოცანებთან ერთად, მოამზადებს ჰაკერულ შეტევებს მოწინააღმდეგის მედია რესურსებზე. რუსეთის თავდაცვის სამინისტროს ეს გადაწყვეტილება, იყო პასუხი რუსეთის პრეზიდენტის დავალებაზე მოამზადონ წინადადებები იმ სპეციალისტთა ცენტრის შექმნასთან დაკავშირებით, რომლებიც შეძლებენ უთანამედროვესი ტექნოლოგიებით აწარმოონ ინფორმაციული ომი [25;46 ]

საქართველოში 2010 წლის ზაფხულში შეიქმნა ინფორმაციული უსაფრთხოების კვლევებისა და ანალიზის ცენტრი, რომელიც კავკასიის რეგიონში ამ მიმართულებით

პირველი ორგანიზაციაა. ცენტრის კვლევის მიმართულებებს წარმოადგენს სხვადასხვა სახის ტექნოლოგიური საშიშროების შესწავლას და მათ დეტალურ ანალიზს, იქნება ეს კიბერშეტევები, კიბერდანაშაული თუ სხვა.

2012 წლის საგაზაფხულო სესიაზე საქართველოს პარლამენტმა მიიღო კანონი ”ინფორმაციული უსაფრთხოების შესახებ”, რომელიც კანონპროექტის სახით იმავე წლის 14 თებერვალს წარედგინა პარლამენტს განსახილველად [6]. კანონი კიბერუსაფრთხოების სფეროში ინსტიტუციურ და სამართლებრივ საფუძვლებს და სტანდარტებს აყალიბებს. კანონის თანახმად, სახელმწიფო ავითარებს ერთიან სისტემას, რომლის მიზანია ქვეყნის მნიშვნელოვანი სახელმწიფო თუ კერძო დაწესებულებების ინფორმაციული უსაფრთხოების დაცვა. კანონის შემუშავებაში საქართველოს პარლამენტთან ერთად აქტიურად იყვნენ ჩართულნი საქართველოს ეროვნული უშიშროების საბჭოს აპარატი, საქართველოს იუსტიციის, თავდაცვის, შინაგან საქმეთა სამინისტროების შესაბამისი დეპარტამენტები და მონაცემთა გაცვლის სააგენტო.

თავდაპირველად ტერმინი ”ინფორმაციული ომი” გამოიყენა 1976 წელს *თომას რონამ* თავის ანგარიშში ”იარაღთა სისტემები და ინფორმაციული ომი”, რომელიც განკუთვნილი იყო კომპანია Boeing -ისთვის [45]. თ. რონამ მიუთითა, რომ იმ დროისთვის, ინფორმაციული ინფრასტრუქტურა ხდებოდა ამერიკის ეკონომიკის საკვანძო კომპონენტი და ამავდროულად ადვილ, ნაკლებად დაცულ სამიზნედ, როგორც საომარ, ასევე მშვიდობიან დროს.

ტერმინი - ”ინფორმაციული ომის” ერთიანი დეფინიცია ჯერ კიდევ არაა მიღებული, მაგრამ ინტუიციურად მიჩნეულია, რომ ინფორმაციული ომი ეს არის მიზანმიმართული ქმედებები, ინფორმაციული უპირატესობის მისაღწევად, მოწინააღმდეგე მხარის ინფორმაციის, ინფორმაციული სისტემების და პროცესების დაზიანების საშუალებით, ამავდროულად ხდება საკუთარი ინფორმაციის, ინფორმაციული სისტემების და პროცესების დაცვა. ინფორმაციული ომის ქვეშ ასევე გულისხმობენ საზოგადოებრივ ცნობიერებაზე ინფორმაციული ზემოქმედების ღონისძიებათა კომპლექსს, რათა მოხდეს ადამიანთა ქცევის შეცვლა და მათთვის თავს მოხვევა იმ მიზნებისა, რომელიც მათ ინტერესებში არ შედის. ის რომ, ინფორმაციული ნაკადი, რომელიც მასიურად თავს დაატყდება ცნობიერებას, უმეტეს შემთხვევაში, იძლევა ადამიანის მანიპულაციის საშუალებას, მეცნიერულადაა შესწავლილი და ამ ტიპის კვლევებში ქართველ მეცნიერებსაც



აქვთ გამოქვეყნებული შედეგები [14]. მეორის მხრივ საჭიროა ასეთივე ინფორმაციული ზემოქმედებისგან თავის დაცვა.

რადგანაც სახელმწიფოების ინფორმაციული რესურსები ხშირად ხდებიან შეტევისა და თავდაცვის ობიექტები, სახელმწიფო იძულებულია ინფორმაციულ ტექნოლოგიებს დაუთმოს დიდი ყურადღება. შესაბამისად ინფორმაციული ომის თეორიაში კვლევების დიდი რაოდენობა მიძღვნილია ინფორმაციის, ინფორმაციული სისტემებისა და პროცესების უსაფრთხოებისადმი.

ინფორმაციული უსაფრთხოების მნიშვნელობა სახელმწიფო დონეზე დღესდღეობით საკანონმდებლო და აღმასრულებელი ხელისუფლების ყურადღების ცენტრშია. ამასთან ადამიანს უხსოვარი დროიდან, ისტორიულად გაცნობიერებული ჰქონდა სიტყვის, როგორც ინფორმაციის მატარებლის ზემოქმედების სიმძაფრე, რაზეც მეტყველებს ხალხურ ზეპირსიტყვიერებაში, ანდაზებში თუ ლიტერატურაში დამკვიდრებული ტერმინები და ცნებები: "შეძახილმა ხე გაახმოო", "ენით დაკოდილი" და სხვა. ქრისტიანული რელიგიის თანახმად კი "პირველითგან იყო სიტყუაჲ, და სიტყუაჲ იგი იყო ღმრთისა თანა, და ღმერთი იყო სიტყუაჲ იგი" (*იოვანეს სახარება. თავი I, 1*) [1], ამდენად უფლის სიტყვის ძალით შეიქმნა ყოველი ზეგარდმო, ანუ ჯერ უფლის მიერ იყო ნათქვამი სიტყვა და ამის შემდეგ მოხდა ამ სიტყვებში არსებული ინფორმაციის მატერიალიზება, მისი რეალიზაცია. და რადგანაც, ქრისტიანული რელიგიის თანახმად, ადამიანი უფალმა თავის ხატებად შექმნა, სრულიად მისაღებია იმის დაშვება, რომ ადამიანის მიერ წარმოთქმულ სიტყვებსაც, გააჩნდეთ თუნდაც მცირე, მაგრამ, მაინც რაღაც დონის მიზანმიმართული ძალა. მით უფრო, რომ ძველ აღთქმაში უფალი ადამიანს უკრძალავს სიტყვის არასათანადო, სხვისთვის საზიანოდ გამოყენებას: "ცრუ ხმები არ დაყარო, ბოროტმოქმედს არ დაუჭირო მხარი ცრუ მოწმობით" (*გამოსვლა თ. 23.1*) [2], მეცხრე მცნებაში კი ნათქვამია - "არა ცილი-სწამო მოყუასსა შენსა წამებითა ცრუდთა". "ცრუ ხმა", ანუ თანამედროვე გაგებით დეზინფორმაცია, ძველ დროშიც, მცირე კომუნიკაციების პერიოდშიც კი ადამიანზე უარყოფითი ზემოქმედების საშუალებას წარმოადგენდა. გაცილებით მეტია თანამედროვე ეპოქაში, ყოვლისმომცველ ინფორმაციულ სივრცეში მყოფ ადამიანზე "ცრუ ხმების" - დეზინფორმაციის, როგორც ინფორმაციული ომის ერთ-ერთი შემადგენელი ნაწილის, ნეგატიური ზემოქმედების ხარისხი.

ინფორმაციული ტექნოლოგიების ეპოქაში, სადაც ადამიანი მუდმივად, ტოტალურ-

რად განიცდის ინფორმაციულ ზეწოლას, აქტუალურია ინფორმაციული ზემოქმედების პროცესების შესწავლა, მათ შორის იმისთვისაც, რომ მოხერხდეს თავის დაცვა პერმანენტულად მიმდინარე ინფორმაციულ ომში. სწორედ ამის შესახებ საუბრობს თავის საშობაო ეპისტოლეში 2010 წელს *უწმიდესი და უნეტარესი, სრულიად საქართველოს კათოლიკოს-პატრიარქი ილია მეორე* : ”კაცობრიობა ახალი ტიპის დაპირისპირებაზე - ინფორმაციულ ომზე გადავიდა და იგი ძირითადად, მასმედიის საშუალებით ხორციელდება. აშკარაა, რომ ჩვენს წინააღმდეგ სხვადასხვა მიმართულებით მიმდინარეობს ინფორმაციული ომი, და ამ ყოველივეს შესაბამისი საშუალებებითვე უნდა გაეცეს პასუხი” [10].

აღნიშნული მიზნის მისაღწევათ ინფორმაციული ომის შესწავლა მათემატიკური მეთოდებით წარმოადგენს ძალზედ პერსპექტიულ მიმართულებას. კერძოდ კი ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება, რომელიც გულისხმობს მათემატიკური თანაფარდობებით მოდელის შექმნის ეტაპს, შემდგომ მისი ალგორითმიზაციის ეტაპს და ბოლოს შესაბამისი პროგრამების შედგენის ეტაპს, წარმოადგენს კვლევებისთვის მეტად მოქნილ, უნივერსალურ და არაძვირ ინსტრუმენტს, მეთოდს. მათემატიკური მოდელირების ეს ტრიადა იძლევა საშუალებას გამოთვლითი ექსპერიმენტების ჩატარებით მოხდეს მოდელის ადეკვატურობის შეფასება რეალობასთან, და დადებითი დასკვნის შემდეგ შესაძლებელია მოდელზე სხვადასხვა ექსპერიმენტის ჩატარება, რათა მიღებულ იქნას შესასწავლი ობიექტის რაოდენობითი და ხარისხობრივი მახასიათებლები.

ინფორმაციული ომის სხვადასხვა კომპონენტის აღწერა მათემატიკური აპარატით და მისი შესწავლა წარმოადგენს მეცნიერთა მზარდი ინტერესის სფეროს. ამ მხრივ სხვადასხვა ტიპის მათემატიკური მოდელის გამოყენება მიმდინარეობს რამდენიმე მიმართულებით. მაგალითად, აღსანიშნავია ინფორმაციული ზემოქმედების მოდელის აგებისთვის კავშირის არხებით ინფორმაციის გადაცემის მათემატიკური თეორიის გამოყენება. ამ მოდელის საშუალებით განხორციელებულია კონკრეტული ინფორმაციული ზემოქმედების ეფექტურობის შეფასების მცდელობა [16]. გრაფთა და თამაშთა თეორიის გამოყენებით შედგენილია საინფორმაციო ქსელების და ინფორმაციული ომის მოდელები [35,44]. მათში იძებნება შერეული სტრატეგიები დაპირისპირებული მხარეებისთვის. სტრატეგიები ძირითადად გათვლილია, როგორც ფიზიკური, ასევე პროგრამული (ვირუსები, ტროიანები, კიბერშეტევები) ზემოქმედების საშუალებით ინფორმაციული ინ-

ფრასტრუქტურის მწყობრიდან გამოყვანაზე, ან მათ დაცვაზე.

მათემატიკური მოდელი, პირველი მიახლოებით, იმ ინფორმაციული ნაკადების, რომელიც თავს დაატყდება მასიურ ცნობიერებას, აღწერილია კლასიკურ ნაშრომში მათემატიკური მოდელირების განხრით *სამარკისა ა. ა. და მიხაილოვის ა. პავტორობით* [28]. მასში განხილულია სარეკლამო კამპანიის ორგანიზების მათემატიკური მოდელი, რაც მათემატიკური მოდელის უნივერსალობის პრინციპის საფუძველზე, შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირებაში. ინფორმაციის გავრცელების პროცესის ოპტიმალური მართვის ამოცანაა დასმული იგივე მიხაილოვი ა.პ. -ს მიერ *იზმოდენოვა კ. ვ.*-სთან თანაავტორობით ნაშრომში [23], სადაც ავტორების მიერ გადაწყვეტილია ინფორმაციის გავრცელების პროცესის ოპტიმალური მართვის ამოცანა - ინფორმაციის მიმღები ადამიანების (ადეპტების) რაოდენობის მაქსიმიზაცია შეზღუდული რესურსების პირობებში. ამ ნაშრომებში განხილულია ადეპტების რაოდენობის გაზრდა ერთი ინფორმაციული წყაროს ზემოქმედების საშუალებით. უკვე ორი, დიამეტრალურად განსხვავებული მიზნის მქონე ინფორმაციული წყაროების მიერ საკუთარი ადეპტების რაოდენობის გაზრდის მათემატიკური მოდელს აგებს *მარეცკევა ნ. ა.* [22]-ში. ავტორი თავის ნაშრომში ინფორმაციული დაპირისპირების, ორთაბრძოლის მათემატიკური მოდელის საშუალებით იკვლევს თუ რა პირობებში იმარჯვებს ესა თუ ის ინფორმაციული წყარო, იმისდა მიხედვით, თუ ვინ უფრო მეტი ადეპტი მოიზიდადროის რომელიდაც წინასწარ აღებული მომენტისთვის.

მიუხედავად იმისა, რომ უშუალოდ ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირებას არ ეხება, მაინც ყურადღების ღირსია *პუგაჩევა ე. გ. და სოლოვენკო კ. ნ.* ნაშრომი [26]. მასში ავტორები განიხილავენ ორმხრივი კონფლიქტის მათემატიკურ მოდელს, აგებულს თითოეული მხარის "დაძაბულობის" მიმართ. მათემატიკური მოდელი წარმოადგენს ორი "დაძაბულობის" მიმართ (როგორც სამეზბნი ფუნქციების მიმართ) წრფივ ჩვეულებრივი მუდმივკოეფიციენტის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას. შემდეგ ავტორები ართულებენ მოდელს და სისტემის ყოველ განტოლებაში ამატებენ ერთი და იგივე წევრს - მშვიდობისმყოფელთა ზეგავლენას კონფლიქტზე. ეს ზეგავლენა წარმოადგენს "დაძაბულობების" წრფივ კომბინაციას და იწვევს სამეზბნი სიდიდეების წინ კოეფიციენტის ცვლილებას, რის შემდეგადაც ავტორები ადგენენ იმ პირობებს, რომლის დროსაც შესაძლებელია ამოხსნათა მდგრადობა - ანუ შესაძლებელია კონფლიქტის სტა-

ბილიზაცია. ამდენად ავტორთა მიერ შემოთავაზებულ მოდელში მშვიდობისმყოფელი მხარის მონაწილეობა კონფლიქტის დარეგულირებაში შეზღუდულია და არ წარმოადგენს თვითმყოფად ჩართულობას.

ნაშრომში ჩვენს მიზანს წარმოადგენდა ინფორმაციულ ომში მათემატიკური მოდელებით ინფორმაციული ნაკადების რაოდენობების შესწავლა [11, 12, 29-32; 36-42]. ინფორმაციული ომის ქვეშ იგულისხმება ორი სახელმწიფოს ან სახელმწიფოთა ორი გაერთიანების, ანაც ორი მძლავრი ეკონომიკური სტრუქტურის (კონსორციუმის) მიერ მასმედიით (ბეჭდვითი და ელექტრონული პრესის, ინტერნეტის და სხვა) გამოყენებით ერთმანეთის წინააღმდეგ მიზანმიმართული დეზინფორმაციის თუ პროპაგანდის წარმოება. ინფორმაციული ომის მიზანი შეიძლება იყოს:

ა) მოწინააღმდეგე ქვეყნის: იმიჯის შელახვა - მისგან მტრის ხატის შექმნა; ხელისუფლების დისკრედიტაცია; შეიარაღებული ძალების პირადი შემადგენლობისა და მშვიდობიანი მოსახლეობის დემორალიზაცია. ბ) მომავალში შესაძლო საბრძოლო მოქმედებების გამართლებისა და არგუმენტაციისთვის, ქვეყნის შიგნით და მის გარეთ, საზოგადოებრივი აზრის ჩამოყალიბება. გ) მოწინააღმდეგე მხარის გეოპოლიტიკური ამბიციებისთვის წინააღმდეგობის გაწევა და სხვა.

თანამედროვე მსოფლიოში მიმდინარე პროცესებს ამა თუ იმ ფორმითა და აქტიურობით ეხმებიან საერთაშორისო ორგანიზაციები. ამიტომაც ინფორმაციულ ომში, ჩვენს შემთხვევაში, მესამე მხარედ მივიჩნევთ საერთაშორისო ორგანიზაციებს, მათ გაერთიანებებს (გაერო, ეუთო, ევროკავშირი, მსო და სხვა), რომლის ძალისხმევა მიმართულია ანტაგონისტურ სახელმწიფოთა, მხარეთა შორის დაძაბულობის ნეიტრალიზაციისა და ინფორმაციული ომის შეწყვეტისაკენ. მშვიდობისმყოფელთა ჩართულობა ინფორმაციული ომში მეტად აქტუალურია, რადგანაც სულ უფრო ნათლად გამოიკვეთება ტენდენცია: ანტაგონისტური მხარეების დაპირისპირების "ცხელ" - საომარ ფაზას წინ ყოველთვის უძღვის ინფორმაციული ომის მკვეთრი აქტივიზაცია. რა თქმა უნდა, ინფორმაციული ომის ყოველი გამწვავება არა გადაიზრდება "ცხელ" ფაზაში, მაგრამ ინფორმაციული ომის გამწვავებისას იზრდება "ცხელი" ფაზის ალბათობა და მოითხოვს მედიატორის სიფხიზლეს.

ხშირად ძნელად ფორმალიზებადი ობიექტების (მათ რიგშია სოციალური, ადამიანის ფაქტორის შემცველი ობიექტები, პროცესები) მოდელების შექმნა შეუძლებელია რომე-

ლიმე ფუნდამენტური კანონის, ან ვარიაციული პრინციპის საშუალებით. ამ შემთხვევაში იყენებენ უკვე შესწავლილი საკითხების ანალოგიებს. ასე მაგალითად, რადგანაც ინფორმაციული ომში საქმე გვაქვს მხარეთა დაპირისპირებასთან, უპრიანი იქნება ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის ასაგებად გამოვიყენოთ ანალოგია ლანჩესტერის თუ სხვა მოდელებთან [5,7,8,13,28].

ნაშრომში აგებულია ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელები, რომლებშიც სამეზობლო სიდიდეებად განიხილება ორი ანტაგონისტური მხარის მიერ გავრცელებული მაპროვოცირებელი ინფორმაციების რაოდენობები და მესამე, მშვიდობისმყოფელი მხარის მიერ გავრცელებული სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობა. იმ შემთხვევაში თუკი მესამე მხარის ზემოქმედებით, ანტაგონისტური მხარეების მაპროვოცირებელი განცხადებების რაოდენობა ნულს გაუტოლდება, ვიტყვით, რომ ინფორმაციული ომი დასრულდა. ან იმისდა მიხედვით, თუ რომელიმე მხარის მაპროვოცირებელი განცხადებების რაოდენობა გაუტოლდება ნულს, ვიტყვით, რომ შესაბამისმა მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი. ნაშრომში განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა იმ პირობების დადგენას, რომელთა შემთხვევაში შეუძლებელია ან შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება.

ნაშრომის პირველი თავის პირველ პარაგრაფში აგებულია ინფორმაციული ომის ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელი ჩვეულებრივი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის სახით, განხილულია მისი მდგრადობის, ანუ სამშვიდობო სტაბილიზაციის პირობები. ნაპოვნია რიცხვითი მეთოდებით ამოხსნები კონკრეტული საწყისი პირობებისთვის და მოდელის კონკრეტული პარამეტრებისთვის. განხილულია ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელის შემთხვევა ცხრიდან ექვსი განსხვავებული კოეფიციენტებისათვის და ნაპოვნია ამ მათემატიკური მოდელის, კომის ამოცანის, ზუსტი ანალიზური ამოხსნები. მეორე პარაგრაფში განხილულია ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული მათემატიკური მოდელი, როგორც კერძო შემთხვევა ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელისა. დადგენილია პირობები, რომლისთვისაც მესამე მხარეს შეუძლია მოახდინოს ანტაგონისტური მხარეზე ზემოქმედება, რათა მათ დაასრულონ ინფორმაციული ომი. ამის გარდა განსაზღვრულია მოდელის ზოგიერთი პარამეტრის მნიშვნელობათა ის სიმრავლე, რომლისთვისაც ინფორმაციული ომი არ დასრულდება. აღნიშნული პირობები შესწავლილია

პროგრამულ დონეზე MATLAB-ის გარემოში: შედგენილია პროგრამების ტექსტები, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია, რაც წარმოდგენილია ნაშრომში. შევნიშნოთ, რომ ყველა სხვა შემთხვევაშიც პროცესების კომპიუტერული შესწავლა მოხდა MATLAB-ის გარემოში, შედგენილია პროგრამების ტექსტები. მესამე პარაგრაფში ანალოგიური კვლევა ჩატარდა ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის პრევენციული შემთხვევისთვის. დადგენილია პირობები ანუ მოდელის ზოგიერთი პარამეტრის მნიშვნელობათა ის სიმრავლე, რომლისთვისაც მშვიდობისმყოფელ მხარეს შეუძლია მოახდინოს ანტაგონისტური მხარეებზე ზემოქმედება, რათა მათ დაასრულონ ინფორმაციული ომი. მეორე პარაგრაფისგან განსხვავებით პრევენციის შემთხვევაში მხარეებზე ზემოქმედების ხარისხი გაცილებით უფრო ეფექტურია. აღნიშნული პირობები შესწავლილია პროგრამულ დონეზე, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია.

მეორე თავში აგებულია დისკრეტული მოდელები და განხილულია ცალ-ცალკე ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების დისკრეტული მათემატიკური მოდელის არაპრევენციული (პირველი პარაგრაფი) და პრევენციული (მეორე პარაგრაფი) შემთხვევები. გამოკვლეულია ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები ორივე შემთხვევაში. აღნიშნული პირობები შესწავლილია პროგრამულ დონეზე, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია.

მესამე თავში განხილულია ინფორმაციული ომის არაწრფივი უწყვეტი მოდელები. აგებულია ინფორმაციული ომის ორი არაწრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი; მოწინააღმდეგის იგნორირების, ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგების ინფორმაციული ომი აღიწერება არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით და შესწავლილია შესაბამისად დასმული კომის ამოცანები. ინფორმაციული ომის დასრულების პირობების გამოკვლევებისთვის პირველ მოდელში ნაპოვნია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები, მეორე შემთხვევაში კი გამოკვლევა ჩატარდა რიცხვითი მეთოდების საშუალებით. ორივესთვის მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია. არაწრფივი მოდელებით დგინდება ანტაგონისტური მხარეთა მიერ ინფორმაციული ომის სტაბილუ-

რი დასრულების პირობები.

მეოთხე თავში განხილულია ექსტრემალური ამოცანები, რომლებიც წარმოიშვება ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელებში. ექსტრემალური ამოცანები მიზნად ისახავენ სამშვიდობო პროცესის, ინფორმაციული ომის დასრულებას მინიმალურ დროში ან მცირე ეკონომიკური რესურსების გამოყენების პირობებში. პირველ პარაგრაფში დასმულია და გადაწყვეტილია მინიმიზაციის ამოცანა ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის ერთი კერძო შემთხვევისთვის. კვლევის შედეგად, რისთვისაც გამოყენებულია ოპტიმიზაციის მეთოდები, მიღებულია ინფორმაციული ომის უმცირეს დროში დასრულების პირობები. მეორე პარაგრაფში, დასმულია ინფორმაციული ომის დასრულების ამოცანა მცირე დანახარჯებისთვის. საკითხის გადასაწყვეტად გამოყენებულია ოპტიმალური მართვის ამოცანის მაქსიმუმის პრინციპი.

# თავი I. ინფორმაციული ომის წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელები

## §1.1. ინფორმაციული ომის ზოგადი წრფივი მათემატიკური მოდელი

ინფორმაციული ომის პროცესში ჩართული სამივე მხარე ავრცელებს ინფორმაციას თავისი მიზნის მისაღწევად. დროის  $t \in [0, +\infty)$  მომენტში თითოეული მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა აღვნიშნოთ შესაბამისად  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  - თი. ინფორმაციის რაოდენობა დროის  $t$  მომენტში, გამოითვლება, როგორც ჯამი, შესაბამისი მხარის, ნებისმიერი მაპროვოცირებელი ინფორმაციების რაოდენობისა, რომლებიც გავრცელებულია მასობრივი ინფორმაციის ყველანაირი საშუალების მიერ.

განვიხილოთ ინფორმაციული ომის ზოგადი წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი [12;36;39]

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha_2 N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \beta_1 N_1(t) + \beta_2 N_2(t) - \beta_3 N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 N_1(t) + \gamma_2 N_2(t) + \gamma_3 N_3(t) \end{array} \right. \quad (1.1.1)$$

საწყისი პირობებით

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30}, \quad (1.1.2)$$

სადაც  $\alpha_1, \alpha_3, \beta_2, \beta_3 \geq 0$ ,  $\gamma_i \geq 0$   $i = \overline{1,3}$   $\alpha_2, \beta_1$  - მუდმივი სიდიდეებია. ამ მუდმივ სიდიდეებს ვუწოდოთ მოდელის კოეფიციენტები.

ზოგად წრფივ (1.1.1) მოდელში პირველი და მეორე მხარეების მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობის ცვლილების სიჩქარე წრფივად და მოკიდებული მხარეების და საერთაშორისო - მშვიდობისმყოფელი ორგანიზაციების მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობაზე.

მესამე - საერთაშორისო ორგანიზაციების მიერ გავრცელებული დამამშვიდებელი ინფორმაციის რაოდენობის ცვლილების სიჩქარე წრფივად იზრდება ანუ პირდაპირპროპორციულია სამივე მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობისა. საწყის (1.1.2) პირობებში  $N_{10}, N_{20}, N_{30}$  არაუარყოფითი მუდმივი სიდიდეებია:



ა) თუ  $N_{10} > 0$ ,  $N_{20} > 0$ , მაშინ ინფორმაციული ომის ინიციატორი ორივე მხარეა.

ბ) თუ  $N_{10} > 0$ ,  $N_{20} = 0$ , მაშინ ინფორმაციული ომის ინიციატორი პირველი მხარეა.

გ) თუ  $N_{10} = 0$ ,  $N_{20} > 0$ , მაშინ ინფორმაციული ომის ინიციატორი მეორე მხარეა.

მესამე მხარე თავიდან არ ავრცელებს ინფორმაციას ( $N_{30} = 0$ ) ან აკეთებს პრევენციული ხასიათის შემრიგებელ განცხადებებს ( $N_{30} > 0$ ) და შემდეგ იწყებს რეაგირებას მხარეების მიერ გავრცელებულ მაპროვოცირებელ ინფორმაციაზე.

(1.1.1)-(1.1.2) წარმოადგენს კოშის ამოცანას მუდმივკოეფიციენტებიანი წრფივი ერთგვაროვანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემისათვის.

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & -\beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix} \quad (1.1.3)$$

(1.1.1) სისტემის კოეფიციენტის მატრიცაა. (1.1.1)-(1.1.2) კოშის ამოცანის ამონახსნები არსებობს და და მოკიდებული  $A$  მატრიცასთან. განვიხილოთ რამდენიმე შემთხვევა:

ა) როცა  $A$  მატრიცის  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  კოეფიციენტები არაუარყოფითია, ანუ მარცხის 9 ელემენტიდან 7 არაუარყოფითია - *არცერთი ანტაგონისტური მხარე არ უწევს მეტოქეს ანგარიშს.*

ბ) როცა  $A$  მატრიცის  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  კოეფიციენტები უარყოფითია, ანუ მარცხის 9 ელემენტიდან 5 არაუარყოფითია - *ორივე ანტაგონისტური მხარე უწევს მეტოქეს ანგარიშს.*

გ) როცა  $A$  მატრიცის  $\alpha_2 > 0$ ,  $\beta_1 < 0$ , ანუ მარცხის 9 ელემენტიდან 6 არაუარყოფითია, 3 უარყოფითი - *პირველი ანტაგონისტური მხარე უწევს მეტოქეს ანგარიშს, მეორე - ითვალისწინებს.*

დ) როცა  $A$  მატრიცის  $\alpha_2 < 0$ ,  $\beta_1 > 0$ , ანუ მარცხის 9 ელემენტიდან 6 არაუარყოფითია, 3 უარყოფითი - *პირველი ანტაგონისტური მხარე უწევს მეტოქეს ანგარიშს, მეორე - არ ითვალისწინებს.*

როცა  $\alpha_2 = \beta_1 = 0$ , ეს ის შემთხვევაა, როცა ხდება მოწინააღმდეგის იგნორირება და მას ჩვენ ცალკე დაწვრილებით განვიხილავთ შემდეგ პარაგრაფებში.

როცა  $A$  მატრიცა არის *გურვიცის*, (ანუ მისი საკუთრივი მნიშვნელობები  $\lambda_k$  იმყოფებიან საკოორდინატო სიბრტყის მარცხენა ნახევარსიბრტყეში,  $\text{Re } \lambda_k < 0$ , გურვიცის

მატრიცას ასევე უწოდებენ *მდგრადს*) მაშინ  $N_1(t), N_2(t), N_3(t) \rightarrow 0$ , როცა  $t \rightarrow \infty$ , რადგანაც

$$\begin{cases} N_1(t) = C_1 v_1^1 e^{\lambda_1 t} + C_2 v_1^2 e^{\lambda_2 t} + C_3 v_1^3 e^{\lambda_3 t} \\ N_2(t) = C_1 v_2^1 e^{\lambda_1 t} + C_2 v_2^2 e^{\lambda_2 t} + C_3 v_2^3 e^{\lambda_3 t} \\ N_3(t) = C_1 v_3^1 e^{\lambda_1 t} + C_2 v_3^2 e^{\lambda_2 t} + C_3 v_3^3 e^{\lambda_3 t} \end{cases} \quad (1.1.4)$$

როცა  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  განსხვავებულია (1.1.2)-ში  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$ -ს სიდიდეების მნიშვნელობის განმსაზღვრავი სიდიდეებია  $e^{\lambda_i t}$ , რადგანაც  $C_i, v_j^i, i, j = 1, 2, 3$  მუდმივი სიდიდეებია, ხოლო სიდიდე  $e^{(a+bi)t} = e^{at} (\cos bt + i \sin bt) \rightarrow 0$  რადგან  $a < 0$  და  $e^{at} \rightarrow 0$ , როცა  $t \rightarrow \infty$ .

თუ კი რომელიმე  $\lambda_i$  არის ჯერადი (შეგნიშნოთ, რომ, მაშინ ყველა  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  არის ნამდვილი რიცხვი), ამ შემთხვევაში  $e^{\lambda_i t}$ -ის წინ, კოეფიციენტად, შეიძლება იყოს პირველი ან მეორე რიგის (გააჩნია ჯერადობას) პოლინომი, მაგრამ პოლინომიალური ზრდადობა ამ შემთხვევაში ვერ გადაწონის ექსპოტენციალურ კლებადობას: ამდენად, თუ კი (1.1) სისტემის კოეფიციენტის (1.1.3)  $A$  მატრიცა გურვიცისაა, სამივე მხარე დროთა განმავლობაში ასრულებს ინფორმაციულ ომს, რადგან მათ მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა ხდება რაგინდ მცირე, ანუ დროთა განმავლობაში ისინი პრაქტიკულად აღარ ავრცელებენ შესაბამის ინფორმაციებს. ასეთია ზოგადი შეფასება. ისმის კითხვა ა)-დ) შემთხვევებში, არსებობს კი  $A$  მატრიცის გურვიციობა? პასუხი უარყოფითია.

**ლემა 1.** (1.1.1) სისტემის კოეფიციენტის (1.1.3)  $A$  მატრიცა არაა გურვიცის.

**დამტკიცება.**  $A$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობები წარმოადგენენ მისი მახასიათებელი განტოლების

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (1.1.5)$$

ფესვებს, სადაც  $I$  ერთეულოვანი მატრიცაა. (1.1.5)-დან ვღებულობთ

$$\lambda^3 - \text{tr}(A)\lambda^2 + k\lambda - \det(A) = 0 \quad (1.1.6)$$

სადაც  $\text{tr}(A)$   $A$  მატრიცის კვალია  $\text{tr}(A) = \alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3$ ,  $k$  არის  $A_1, A_2, A_3$  მატრიცების დეტერმინანტების ჯამი, ხოლო  $A_i$  მარტივია მიიღება საწყისი  $A$  მატრიცის  $i$ -ური სტრიქონის და სვეტის ამოგდებით.  $A$  მატრიცის გურვიციანობა ექვივალენტურია (1.1.6) განტოლების მარცხენა მხარის - პოლინომის მდგრადობისა, ანუ პოლინომის ფესვებს გააჩნიათ უარყოფითი ნამდვილი ნაწილი. ხოლო იმისათვის, რომ (1.1.6)-დან პოლინომი იყოს მდგრადი, უნდა სრულდებოდეს გურვიცის კრიტერიუმები:

$$-\text{tr}(A), k, -\det(A) > 0 \quad \text{და} \quad -\text{tr}(A) k > -\det(A) \quad (1.1.7)$$

ჩვენი  $A$  მატრიცისთვის გურვიცის ეს კრიტერიუმი არ სრულდება, კერძოდ  $\text{tr}(A) \geq 0$

ყოველთვის, ხოლო  $-tr(A) \leq 0$ , რაც ეწინააღმდეგება (1.1.7) -ს. **რ.დ.გ.** ამრიგად  $A$  მატრიცა არც ერთ შემთხვევაში არ არის მდგრადი და (1.1.2)-დან გამომდინარე  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  ერთდროულად არ მიისწრაფიან ნულისკენ, როცა  $t \rightarrow \infty$ . ანუ ამით ვერ დავასკვნით მთავრდება თუ არა ინფორმაციული ომი, რადგანაც რომელიღაც  $\lambda_i$ -საკუთრივ მნიშვნელობას აქვს დადებითი ნამდვილი ნაწილი და მისი შესაბამისი  $e^{\lambda_i t}$  აღარ მიისწრაფის ნულისკენ, როცა  $t \rightarrow \infty$ , ამდენად (1.1.2) ამოხსნების აბსცისთა ღერძის გადაკვეთა დამოკიდებული იქნება  $C_i, v_j^i, i, j = 1, 2, 3$  კოეფიციენტებზე, მათ ნიშნებზე და კომპლექსური საკუთრივი მნიშვნელობის შესაბამისი  $e^{\lambda_i t}$ -ს ნიშანცვლადობაზე. ჩაწეროთ მახასიათებელი განტოლება (1.1.6) დაყვანილი სახით

$$y^3 + py + q = 0 \quad (1.1.8)$$

$$p = k - tr^2(A), \quad q = -\frac{2}{27}tr^3(A) + \frac{k}{3}tr(A) - \det(A) \quad (1.1.9)$$

(1.1.6) -ში მოხდა ცვლადის შეცვლა

$$y = \lambda - \frac{1}{3}tr(A) \quad \lambda = y + \frac{1}{3}tr(A) \quad (1.1.10)$$

$p$  და  $q$  -ს საშუალებით გამოვთვალოთ დისკრიმინანტი  $D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$ .  $D$  დისკრიმინანტის ნიშანზეა დამოკიდებული საკუთრივი მნიშვნელობების რაოდენობა და როგორი არიან ისინი: კომპლექსური თუ ნამდვილი რიცხვები. ვთქვათ  $D < 0$ , მაშინ (1.1.6) კუბურ განტოლებას გააჩნია სამი განსხვავებული ნამდვილი საკუთრივი მნიშვნელობა. (1.1.2) სისტემიდან შესაძლებელია  $C_i, i = 1, 2, 3$  პოვნა საწყისი მნიშვნელობების გათვალისწინებით, მართლაც

$$\begin{cases} N_1(t_0) = N_{10} = C_1 v_1^1 e^{\lambda_1 t_0} + C_2 v_1^2 e^{\lambda_2 t_0} + C_3 v_1^3 e^{\lambda_3 t_0} \\ N_2(t_0) = N_{20} = C_1 v_2^1 e^{\lambda_1 t_0} + C_2 v_2^2 e^{\lambda_2 t_0} + C_3 v_2^3 e^{\lambda_3 t_0} \\ N_3(t_0) = N_{30} = C_1 v_3^1 e^{\lambda_1 t_0} + C_2 v_3^2 e^{\lambda_2 t_0} + C_3 v_3^3 e^{\lambda_3 t_0} \end{cases} \quad (1.1.11)$$

სისტემიდან ვიპოვით  $C_i, i = 1, 2, 3$  კოეფიციენტებს, როგორც უცნობებს. ზოგადათ გვაქვს

$$C_i = \varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, v, \lambda, t_0) \quad (1.1.12)$$

ხოლო (1.1.4) მიიღებს სახეს

$$\begin{cases} N_1(t) = \varphi_1 v_1^1 e^{\lambda_1 t} + \varphi_2 v_1^2 e^{\lambda_2 t} + \varphi_3 v_1^3 e^{\lambda_3 t} \\ N_2(t) = \varphi_1 v_2^1 e^{\lambda_1 t} + \varphi_2 v_2^2 e^{\lambda_2 t} + \varphi_3 v_2^3 e^{\lambda_3 t} \\ N_3(t) = \varphi_1 v_3^1 e^{\lambda_1 t} + \varphi_2 v_3^2 e^{\lambda_2 t} + \varphi_3 v_3^3 e^{\lambda_3 t} \end{cases} \quad (1.1.13)$$

ჩავთვალოთ, რომ  $\lambda_1$  არის უდიდესი საკუთრივი მნიშვნელობა. ცხადია, რომ იგი დადებითია, წინააღმდეგ შემთხვევაში  $A$  მატრიცა მდგრადია - გურვიცისაა, ეს კი ეწინააღ-

მდეგება ლემა 1-ს. ამიტომ

$$\lambda_1 \geq \lambda_2, \lambda_1 \geq \lambda_3 \quad (1.1.14)$$

გადავწეროთ (1.1.13) შემდეგნაირად

$$\begin{cases} N_1(t) = e^{\lambda_1} (\varphi_1 v_1^1 + \varphi_2 v_1^2 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + \varphi_3 v_1^3 e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t}) \\ N_2(t) = e^{\lambda_1} (\varphi_1 v_2^1 + \varphi_2 v_2^2 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + \varphi_3 v_2^3 e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t}) \\ N_3(t) = e^{\lambda_1} (\varphi_1 v_3^1 + \varphi_2 v_3^2 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + \varphi_3 v_3^3 e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t}) \end{cases} \quad 1.1.15$$

თუ კი განვიხილავთ (1.1.15) სისტემის პირველ ფუნქციას, იმ შემთხვევაში თუ კი ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულების პირველი წევრი არის უარყოფითი  $\varphi_1(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_1^1 < 0$ , მაშინ  $t \rightarrow \infty$ -სთვის ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულებაც გახდება უარყოფითი და შესაბამისად  $N_1(t)$  გახდება უარყოფითი.  $N_1(t)$  უწყვეტობიდან და  $N_{10} \geq 0$ -დან გამომდინარე არსებობს ისეთი  $t_1^*$  როდესაც სრულდება ტოლობა  $N_1(t_1^*) = 0$ , ანუ პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

ანალოგიური მსჯელობით დავასკვნით, რომ თუ  $\varphi_2(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_2^1 < 0$ , მაშინ მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ხოლო როცა  $\varphi_3(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_3^1 < 0$  მაშინ მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარე ასრულებს სამშვიდობო მოწოდებების გავრცელებას ინფორმაციულ ომში. ამდენად ჩვენ დავამტკიცეთ

**თეორემა. (1.1)-(1.2) ინფორმაციული ომის იმ პირობებში, როცა  $D < 0$ ,**

$$\varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_i^1 < 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.1.16)$$

**მაშინ  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  ფუნქციები გადაიან ნულზე - ინფორმაციული ომი მთავრდება.**

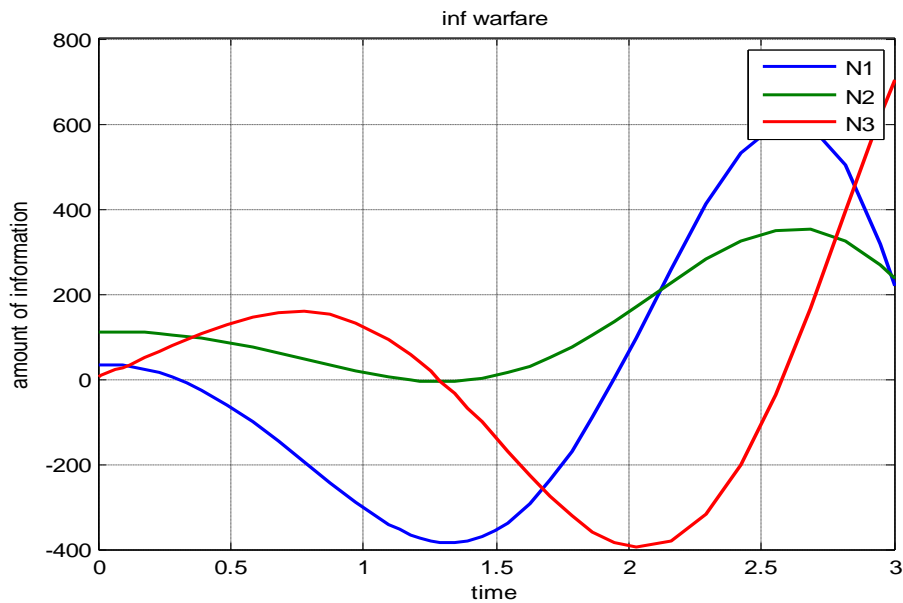
მატრიცის სხვადასხვა შემთხვევისათვის რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით, Matlab-ის გარემოში ვნახოთ როგორია ინფორმაციულ ომში მხარეთა ყოფაქცევა და დასრულდება თუ არა ინფორმაციული ომი.

მაგალითი 1. ვთქვათ  $A_1 = \begin{pmatrix} .2 & .1 & -3 \\ .01 & .2 & -1 \\ 1.5 & 1.6 & 1.2 \end{pmatrix}$  ხოლო საწყისი მნიშვნელობებია  $N_{10} = 35$ ;

$N_{20} = 110$ ;  $N_{30} = 5$ . განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი  $t \in [0; 3]$  დროის ინტერვალზე. სოლვერი ode15s-ს საშუალებით, იხილე ლისტინგი 1.1.1 და ნახატი 1.1.1, ვახდენთ შესაბამისი (1.1.1)-(1.1.2) კოშის ამოცანის ამონახსნების ვიზუალიზაციას და შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ანტაგონისტური მხარეები აღნიშნული პირობებისთვის გადაიან ნულზე, ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს.

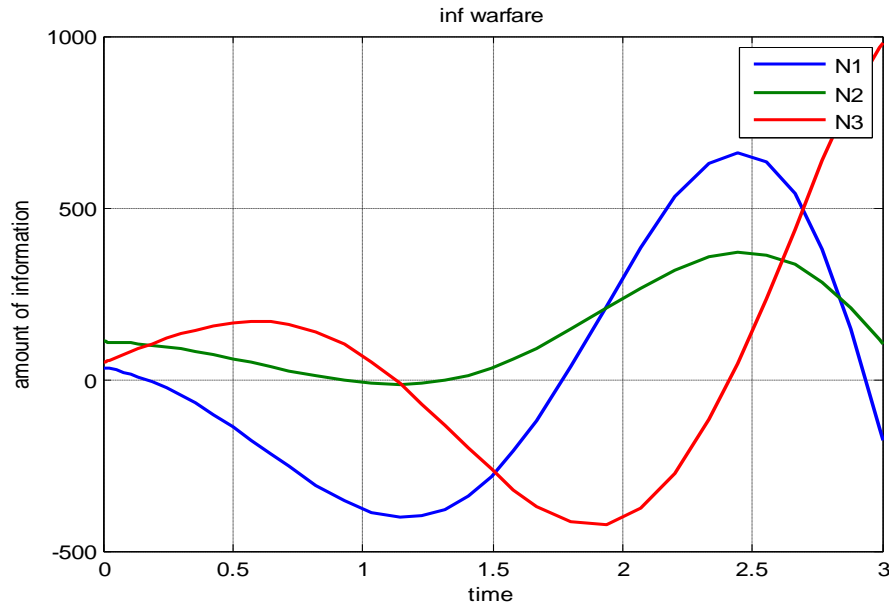
ლისტინგი 1.1.1

```
%zogadi wrfivi iw amoxsna
[T,Y]=ode15s(@systemaZOG,[0 3],[35;110;5]);
plot(T,Y,'LineWidth',1.8)
title('inf warfare')
xlabel('time')
ylabel('amount of information')
legend('N1','N2','N3')
grid on
%wrfivi zogadi iw sistemis marjvena mxare
function Dx=systemaZOG(t,x)
B=[.2 .1 -3;.01 .2 -1;1.5 1.6 1.2];
Dx=B*x;
end
```



ნახატი 1.1.1. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია.

აქვე შევნიშნოთ, რომ, მშვიდობისმყოფელი მხარის გამოყენებული პრევენცია  $N_{30}$  შედარებით მცირეა პირველი ( $N_{10}$ ) და მეორე ( $N_{20}$ ) მხარეების შესაბამის საწყის მნიშვნელობებთან შედარებით. თუ კი ჩვენ პრევენციას ხარისხობრივად გავზრდით - ათჯერ, მაშინ გაზრდილი პრევენცია იწვევს ანტაგონისტურ მხარეებზე ეფექტურ ზემოქმედებას, ისინი უფრო სწრაფად ასრულებენ ინფორმაციულ ომს. შევნიშნოთ, რომ  $A_1$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობებია: ერთი დადებითი ნამდვილი და ორი შეუღლებული კომპლექსური რიცხვი  $\lambda_1 = 0.7162 + 2.4220i$ ;  $\lambda_2 = 0.7162 - 2.4220i$ ;  $\lambda_3 = 0.1675$ ;

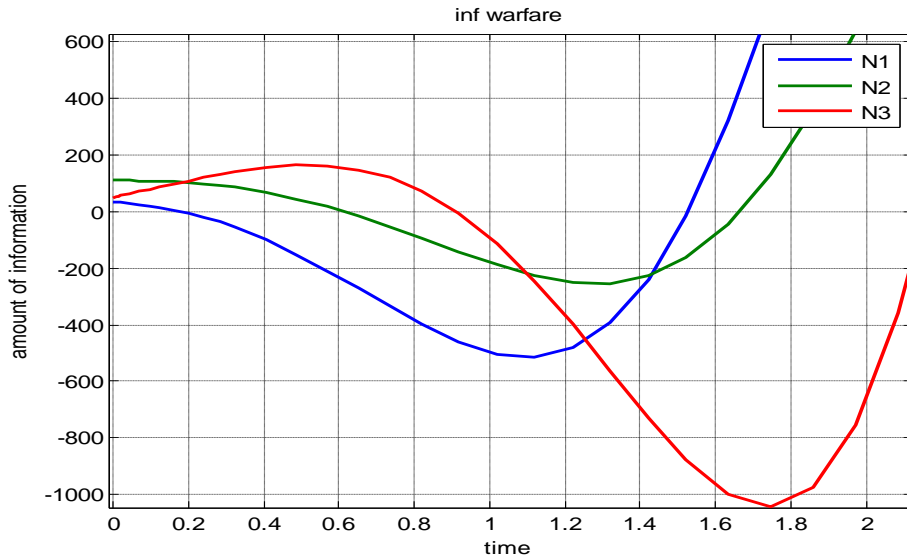


ნახატი 1.1.2. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია, გაზრდილი პრევენცია იწვევს ანტაგონისტურ მხარეებზე ეფექტურ ზემოქმედებას, ისინი უფრო სწრაფად ასრულებენ ინფორმაციულ ომს.

მაგალითი 2. ვთქვათ  $A_2 = \begin{pmatrix} 1.2 & .1 & -3 \\ 1.01 & .2 & -1 \\ 1.5 & 1.6 & 1.2 \end{pmatrix}$  ხოლო საწყისი მნიშვნელობებია  $N_{10} = 35$ ;

$N_{20} = 110$ ;  $N_{30} = 50$ . განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი  $t \in [0;3]$  დროის ინტერვალზე. სოლვერი ode15s-ს საშუალებით, იხილე ნახატი 1.1.3, ვახდენთ შესაბამისი (1.1.1)-(1.1.2) კომის ამოცანის ამონახსნების ვიზუალიზაციას და შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ანტაგონისტური მხარეები აღნიშნული პირობებისთვის გადიან ნულზე, ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს უფრო სწრაფად, ვიდრე პირველ მაგალითში.

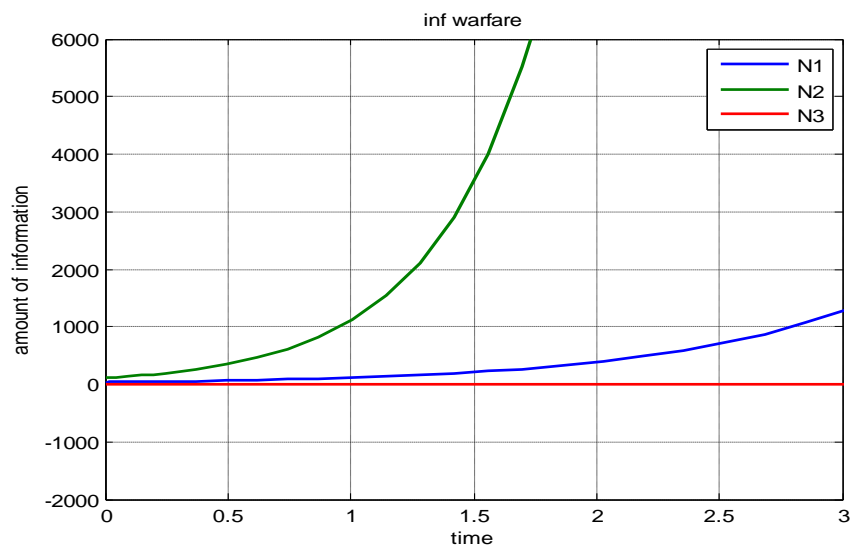
შევნიშნოთ, რომ  $A_2$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობებია: ერთი უარყოფითი ნამდვილი და ორი შეუღლებული კომპლექსური რიცხვი -  $\text{lamb1} = 1.4172 + 2.5641i$ ;  $\text{lamb2} = 1.4172 - 2.5641i$ ;  $\text{lamb3} = -0.2343$



ნახატი 1.1.3. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია,  $A_2$  მატრიცისთვის.

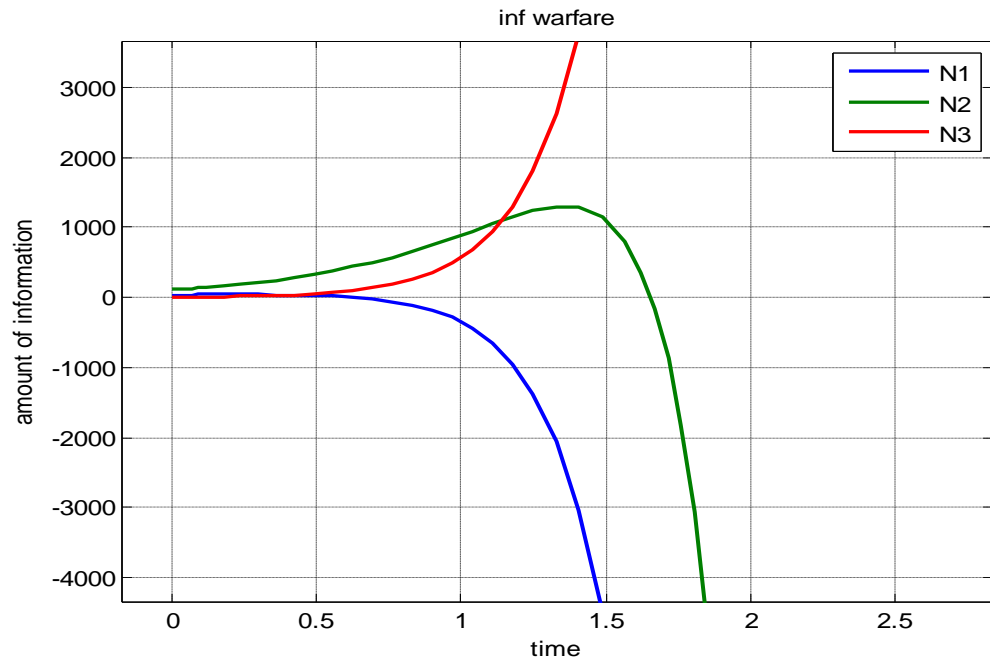
მაგალითი 3. ვთქვათ  $A_3 = \begin{pmatrix} 1.2 & 0 & -3 \\ 0 & 2.3 & -1 \\ 0 & 0 & 4.7 \end{pmatrix}$  ხოლო საწყისი მნიშვნელობებია  $N_{10} = 35$ ;

$N_{20} = 110$ ;  $N_{30} = 0$ . - ანუ არ გვაქვს პრევენცია. განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი  $t \in [0;10]$  დროის ინტერვალზე. სოლვერი ode15s-ს საშუალებით, იხილე ნახატი 1.1.4, ვახდენთ შესაბამისი (1.1.1)-(1.1.2) კოშის ამოცანის ამონახსნების ვიზუალიზაციას და შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ანტაგონისტური მხარეები აღნიშნული პირობებისთვის არ გადიან ნულზე, ანუ არ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს.



ნახატი 1.1.4.  $A_3$  მატრიცისთვის, არაპრევენციის შემთხვევისას - ინფორმაციული ომი არ სრულდება.

შევნიშნოთ, რომ  $A_3$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობებია: სამი დადებითი ნამდვილი რიცხვი  $-\lambda_1 = 1.2000$ ;  $\lambda_2 = 2.3000$ ;  $\lambda_3 = 4.7000$  თუ კი მესამე მხარე ინფორმაციულ ომში ერთვება პრევენციით  $N_{30} = 5$ , მაშინ ანტაგონისტური მხარეები აღნიშნული პირობებისთვის გადიან ნულზე, ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს, მშვიდობისმყოფელი მხარე კი აგრძელებს მოწოდებებს, იხილე ნახატი 1.1.5.



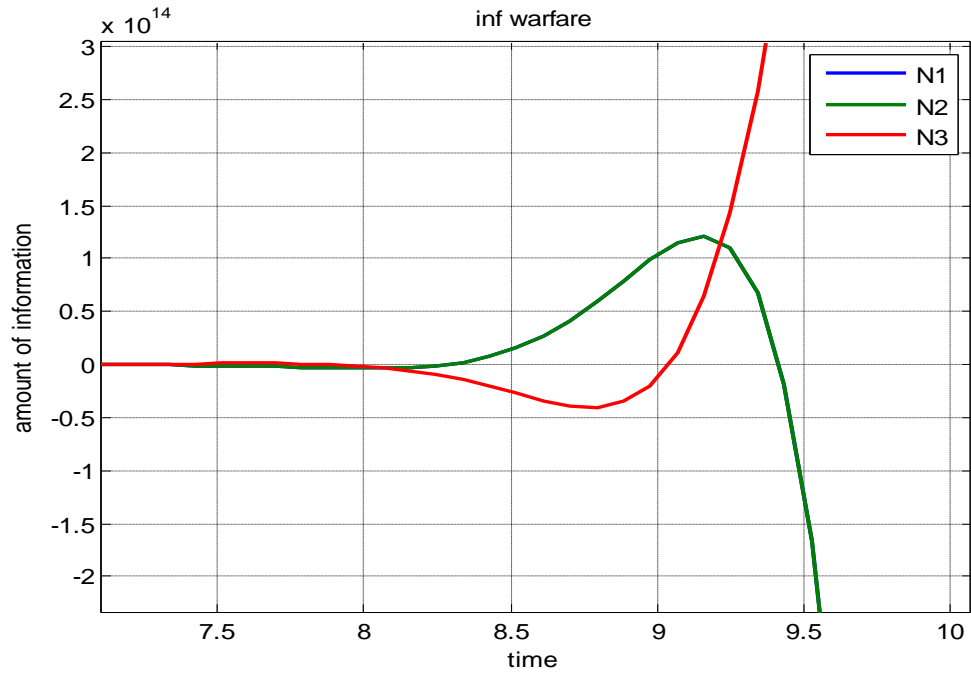
ნახატი 1.1.5. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია,  $A_3$  მატრიცისთვის, პრევენციის შემთხვევისას,  $N_{30} = 5$ . ინფორმაციული ომი სრულდება ანტაგონისტური მხარეებისთვის, მშვიდობისმყოფელი მხარე კი აგრძელებს მოწოდებებს.

მაგალითი 4. ვთქვათ  $A_4 = \begin{pmatrix} 1.2 & 0.3 & -3 \\ 1.2 & 0.3 & -3 \\ 1.1 & 2.3 & 4.7 \end{pmatrix}$  ხოლო საწყისი მნიშვნელობებია  $N_{10} = 35$ ;

$N_{20} = 110$ ;  $N_{30} = 5$ . გვაქვს პრევენცია. ამასთან პირველი და მეორე სტრიქონები ერთმანეთს ემთხვევა. განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი  $t \in [0;10]$  დროის ინტერვალზე. სოლვერი ode15s-ს საშუალებით, იხილე ნახატი 1.1.6, ვახდენთ შესაბამისი (1.1.1)-(1.1.2) კოშის ამოცანის ამონახსნების ვიზუალიზაციას და შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ პირველი და მეორე მხარეები ერთნაირად იქცევიან ინფორმაციული ომში, მათი გრაფიკები პარალელური არიან და ნახაზზე მასშტაბის გამო ისე უმნიშვნელოდ განსხვავდებიან, რომ ხდება მათი გრაფიკების ზედდება. ანტაგონისტური მხარეები გადიან



ნულზე, ინფორმაციული ომი სრულდება. შევნიშნოთ, რომ  $A_3$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობებია: ნული და ორი შეუღლებული კომპლექსური რიცხვი  $\lambda_1 = -0.0000$ ;  $\lambda_2 = 3.1000 + 2.7641i$ ;  $\lambda_3 = 3.1000 - 2.7641i$



ნახატი 1.1.6. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია,  $A_3$  მატრიცისთვის, პრევენციის შემთხვევისას,  $N_{30} = 5$ . პირველი და მეორე მხარეები ერთნაირად იქცევიან ინფორმაციულ ომში, მათი გრაფიკები პარალელური არიან და ნახაზზე მასშტაბის გამო ისე უმნიშვნელოდ განსხვავდებიან, რომ მათი გრაფიკების ზედდება ხდება. ანტაგონისტური მხარეები გადიან ნულზე, ინფორმაციული ომი სრულდება.

განვიხილოთ ინფორმაციული ომის (1.1.1)-(1.1.2) ზოგადი წრფივი მათემატიკური მოდელი, როდესაც კოეფიციენტებს შორის დამყარებულია გარკვეული ტიპის თანაფარდობები. ვთქვათ მათ აქვთ შემდეგი სახე

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) + \alpha_1 N_2(t) - \beta_1 N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha N_2(t) - \beta_2 N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) + \gamma_1 N_3(t) \end{array} \right. \quad (1.1.17)$$

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30}, \quad (1.1.18)$$

$\alpha, \alpha_1, \beta_1, \beta_2, \gamma, \gamma_1$  მუდმივებია, თანაც  $\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma, \gamma_1 \geq 0$ . ფაქტიურად (1.1.1)–ში ზოგადად 9 კოეფიციენტიდან მხოლოდ 3 არ არის განსხვავებული, 6 კოეფიციენტი კი აღებულია განსხვავებული. შემოვიტანოთ აღნიშვნა

$$Z(t) = N_1(t) + N_2(t) \quad (1.1.19)$$

მაშინ (1.1.17) სისტემის მესამე განტოლებიდან გვაქვს

$$Z(t) = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{dN_3(t)}{dt} - \gamma_1 N_3(t) \right) \quad (1.1.20)$$

$$\frac{dZ(t)}{dt} = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{d^2 N_3(t)}{dt^2} - \gamma_1 \frac{dN_3(t)}{dt} \right) \quad (1.1.21)$$

შევკრიბოთ (1.1.17) სისტემის პირველი ორი განტოლება, (1.1.19)-ის ძალით გვაქვს

$$\frac{dZ(t)}{dt} = (\alpha + \alpha_1)Z(t) - (\beta_1 + \beta_2)N_3(t) \quad (1.1.22)$$

(1.1.22)-ში ჩავსვათ (1.1.20) და (1.1.21).

$$\frac{1}{\gamma} \left( \ddot{N}_3 - \gamma_1 \dot{N}_3 \right) = (\alpha + \alpha_1) \frac{1}{\gamma} \left( \dot{N}_3 - \gamma_1 N_3 \right) - (\beta_1 + \beta_2) N_3$$

მივიღებთ  $N_3(t)$ -ს მიმართ მეორე რიგის წრფივ მუდმივ კოეფიციენტებიან ერთგვაროვან ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებას

$$\ddot{N}_3(t) - (\alpha + \alpha_1 + \gamma_1) \dot{N}_3(t) + ((\alpha + \alpha_1)\gamma_1 + \gamma(\beta_1 + \beta_2))N_3(t) = 0 \quad (1.1.23)$$

საწყისი პირობებით:

$$N_3(0) = N_{30} \quad (1.1.24)$$

$$\frac{dN_3(0)}{dt} = \gamma N_{10} + \gamma N_{20} + \gamma_1 N_{30} \quad (1.1.25)$$

(1.1.23)-ის მახასიათებელი განტოლებაა

$$\lambda^2 - (\alpha + \alpha_1 + \gamma_1)\lambda + (\alpha + \alpha_1)\gamma_1 + \gamma(\beta_1 + \beta_2) = 0 \quad (1.1.26)$$

(1.1.26) მახასიათებელი განტოლების ფესვებია

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + \alpha_1 + \gamma_1 + \sqrt{(\gamma_1 - \alpha - \alpha_1)^2 - 4\gamma(\beta_1 + \beta_2)}}{2} \quad (1.1.27)$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha + \alpha_1 + \gamma_1 - \sqrt{(\gamma_1 - \alpha - \alpha_1)^2 - 4\gamma(\beta_1 + \beta_2)}}{2} \quad (1.1.28)$$

აღვნიშნოთ

$$D = (\gamma_1 - \alpha - \alpha_1)^2 - 4\gamma(\beta_1 + \beta_2) \quad (1.1.29)$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \sqrt{D} \quad (1.1.30)$$

1. თუ (1.1.29) დადებითია, ანუ  $D > 0$  და  $\lambda_2 < \lambda_1$ , მაშინ (1.1.23)-ის ზოგადი ამონახსნია

$$N_3(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (1.1.31)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განისაზღვრება (1.1.24), (1.1.25) საწყისი პირობებიდან და მივიღებთ

$$C_1 = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_2)}{\sqrt{D}}; \quad C_2 = -\frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_1)}{\sqrt{D}}$$

და (1.1.31) მიიღებს სახეს:

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_2)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_1)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.1.32)$$

აღვნიშნოთ

$$L = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_2)}{\sqrt{D}} \quad M = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_1)}{\sqrt{D}} \quad (1.1.33)$$

მაშინ (1.1.32) გადაიწერება შემდეგნაირად  $N_3(t) = Le^{\lambda_1 t} - Me^{\lambda_2 t}$  და (1.1.20) ძალით

$$Z(t) = \frac{1}{\gamma} (L\lambda_1 e^{\lambda_1 t} - M\lambda_2 e^{\lambda_2 t} - \gamma_1 L e^{\lambda_1 t} + \gamma_1 M e^{\lambda_2 t})$$

$$Z(t) = \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L e^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M e^{\lambda_2 t} \quad (1.1.34)$$

შევნიშნოთ, რომ

$$Z(0) = N_{10} + N_{20} \quad (1.1.35)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა

$$Z_1(t) = N_1(t) - N_2(t) \quad (1.1.36)$$

(1.1.17) სისტემის პირველ განტოლებას გამოვაკლოთ მეორე და მივიღებთ (1.1.36) -ის მიმართ პირველი რიგის წრფივ არაერთგვაროვან ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\frac{dZ_1(t)}{dt} = (\alpha - \alpha_1)Z_1(t) - (\beta_1 - \beta_2)N_3(t) \quad (1.1.37)$$

საწყისი პირობით

$$Z_1(0) = N_{10} - N_{20} \quad (1.1.38)$$

ა) თუ  $\lambda_1 \neq \alpha - \alpha_1$ ,  $\lambda_2 \neq \alpha - \alpha_1$

(1.1.37)-(1.1.38) -ის ზოგადი ამონახსნია:

$$Z_1(t) = C e^{(\alpha - \alpha_1)t} - (\beta_1 - \beta_2) \left( \frac{L}{\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1)} e^{\lambda_1 t} - \frac{M}{\lambda_2 - (\alpha - \alpha_1)} e^{\lambda_2 t} \right) \quad (1.1.39)$$

(1.1.39)-ში  $C$  განისაზღვრება (1.1.38) საწყისი პირობიდან და მივიღებთ

$$C = N_{10} - N_{20} + (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')$$

სადაც

$$L' = \frac{L}{\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1)} \quad M' = \frac{M}{\lambda_2 - (\alpha - \alpha_1)} \quad (1.1.40)$$

$$L' = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_2)}{\sqrt{D}(\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1))} \quad M' = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_1)}{\sqrt{D}(\lambda_2 - (\alpha - \alpha_1))}$$

ამრიგად (1.1.37)-(1.1.38) -ის ამონახსნია:

$$Z_1(t) = (N_{10} - N_{20})e^{(\alpha - \alpha_1)t} + (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')e^{(\alpha - \alpha_1)t} - (\beta_1 - \beta_2)(L'e^{\lambda_1 t} - M'e^{\lambda_2 t}) \quad (1.1.41)$$

შევნიშნოთ, რომ

$$N_1(t) = \frac{1}{2}(Z(t) + Z_1(t)) \quad (1.1.42)$$

ჩავსვათ (1.1.42)-ში (1.1.34) და (1.1.41), მივიღებთ

$$N_1(t) = \frac{1}{2}[(N_{10} - N_{20})e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma}Le^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma}Me^{\lambda_2 t} + (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')e^{(\alpha - \alpha_1)t} - (\beta_1 - \beta_2)(L'e^{\lambda_1 t} - M'e^{\lambda_2 t})]$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2}[(N_{10} - N_{20})e^{(\alpha - \alpha_1)t} + (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \left(\frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma}L - (\beta_1 - \beta_2)L'\right)e^{\lambda_1 t} - \left(\frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma}M - (\beta_1 - \beta_2)M'\right)e^{\lambda_2 t}] \quad (1.1.43)$$

შევნიშნოთ ასევე, რომ

$$N_2(t) = \frac{1}{2}(Z(t) - Z_1(t)) \quad (1.1.44)$$

ჩავსვათ (1.1.44)-ში (1.1.34) და (1.1.41), მივიღებთ

$$N_2(t) = \frac{1}{2}[(N_{20} - N_{10})e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma}Le^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma}Me^{\lambda_2 t} - (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')e^{(\alpha - \alpha_1)t} + (\beta_1 - \beta_2)(L'e^{\lambda_1 t} - M'e^{\lambda_2 t})]$$

$$N_2(t) = \frac{1}{2}[(N_{20} - N_{10})e^{(\alpha - \alpha_1)t} - (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \left(\frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma}L + (\beta_1 - \beta_2)L'\right)e^{\lambda_1 t} - \left(\frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma}M + (\beta_1 - \beta_2)M'\right)e^{\lambda_2 t}] \quad (1.1.45)$$

ბ) თუ  $\lambda_1 = \alpha - \alpha_1$  და  $\lambda_2 \neq \alpha - \alpha_1$  ამოვხსნათ (1.1.37)-(1.1.38) (1.1.32)-სთვის, ამონახსნს ვუძებთ შემდეგი სახით  $Z_1(t) = C(t)e^{(\alpha - \alpha_1)t}$  სადაც  $C(t)$  მოიძებნება შემდეგი ტოლობიდან

$$C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2)N_3(t)e^{-(\alpha - \alpha_1)t}; C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2)(Le^{\lambda_1 t} - Me^{\lambda_2 t})e^{-(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2)(L - Me^{-\sqrt{D}t}); C(t) = -(\beta_1 - \beta_2)\int(L - Me^{-\sqrt{D}t})dt + Const$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \left( Lt + \frac{M}{\sqrt{D}} e^{-\sqrt{D}t} \right) + Const; Z_1(t) = \left( Const - (\beta_1 - \beta_2) \left( Lt + \frac{M}{\sqrt{D}} e^{-\sqrt{D}t} \right) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$Z_1(0) = Const - (\beta_1 - \beta_2) \frac{M}{\sqrt{D}} = N_{10} - N_{20}; Const = N_{10} - N_{20} + (\beta_1 - \beta_2) \frac{M}{\sqrt{D}}$$

$$Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} + \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} - (\beta_1 - \beta_2)Lt \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} - \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.1.46)$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} - N_{20} + \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} - (\beta_1 - \beta_2)Lt + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L \right) e^{\lambda_1 t} - \left( \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} + \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M \right) e^{\lambda_2 t} \right] \quad (1.1.47)$$

$$N_2(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{20} - N_{10} - \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} + (\beta_1 - \beta_2)Lt + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L \right) e^{\lambda_1 t} + \left( \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M \right) e^{\lambda_2 t} \right] \quad (1.1.48)$$

გ) თუ  $\lambda_1 \neq \alpha - \alpha_1$  და  $\lambda_2 = \alpha - \alpha_1$  ამოვხსნათ (1.1.37)-(1.1.38) (1.1.32)-სთვის, ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით  $Z_1(t) = C(t)e^{(\alpha - \alpha_1)t}$  სადაც  $C(t)$  მოიძებნება შემდეგი ტოლობიდან

$$C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2)N_3(t)e^{-(\alpha - \alpha_1)t}; C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \left( \frac{L}{\sqrt{D}} e^{\sqrt{D}t} - Mt \right) + Const$$

$$Z_1(t) = \left( Const - (\beta_1 - \beta_2) \left( \frac{L}{\sqrt{D}} e^{\sqrt{D}t} - Mt \right) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}; Z_1(0) = Const - (\beta_1 - \beta_2) \frac{L}{\sqrt{D}} = N_{10} - N_{20}$$

$$Const = N_{10} - N_{20} + (\beta_1 - \beta_2) \frac{L}{\sqrt{D}}$$

$$Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} + \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} + (\beta_1 - \beta_2)Mt \right) e^{\lambda_2 t} - \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} \quad (1.1.49)$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} - N_{20} + \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} + (\beta_1 - \beta_2)Mt - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M \right) e^{\lambda_2 t} - \left( \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} - \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L \right) e^{\lambda_1 t} \right] \quad (1.1.50)$$

$$N_2(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( -N_{10} + N_{20} - \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1)} - (\beta_1 - \beta_2)Mt - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M \right) e^{\lambda_2 t} + \left( \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1)} + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L \right) e^{\lambda_1 t} \right] \quad (1.1.51)$$

2. თუ (1.1.29) ნულის ტოლია, ანუ  $D = 0$ , მაშინ (1.1.23)-ის ზოგადი ამონახსნია

$$N_3(t) = (C + C_1 t) e^{\lambda t} \quad (1.1.52)$$

სადაც  $\lambda = \frac{\alpha + \alpha_1 + \gamma_1}{2}$ , (1.1.46) -ში  $C, C_1$  კოეფიციენტები განისაზღვრება საწყისი პირო-

ბებიდან (1.1.24), (1.1.25):  $C = N_{30}$ ;  $\frac{dN_3(0)}{dt} = C_1 + \lambda C = \gamma N_{10} + \gamma N_{20} + \gamma_1 N_{30}$

$C_1 = \gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}$  და მაშინ (1.1.46) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$N_3(t) = (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t)e^{\lambda t} \quad (1.1.53)$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})e^{\lambda t} + \lambda(N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t)e^{\lambda t}$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})e^{\lambda t} + \lambda N_3(t)$$

(1.1.20)-დან

$$Z(t) = \frac{1}{\gamma} \left( (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})e^{\lambda t} + \lambda N_3(t) - \gamma_1 N_3(t) \right)$$

$$Z(t) = \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) e^{\lambda t} \quad (1.1.54)$$

ამოვხსნათ (1.1.37)-(1.1.38) (1.1.53)-სთვის, ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით

$Z_1(t) = C(t)e^{(\alpha - \alpha_1)t}$  სადაც  $C(t)$  მოიძებნება შემდეგი ტოლობიდან

$$C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2)N_3(t)e^{-(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \int (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) e^{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))t} dt + Const$$

ა) ვთქვათ  $\lambda \neq \alpha - \alpha_1$

$$C(t) = -\frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \int (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) de^{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))t} + Const$$

$$C(t) = -\frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) e^{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))t} \right] +$$

$$+ \frac{\beta_1 - \beta_2}{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))^2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}) e^{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))t} + Const$$

$$Z_1(t) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] e^{\lambda t} +$$

$$+ Const e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

(1.1.35)-ის საშუალებით ვპოულობთ  $Const$  -ს

$$Const = N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right]$$

ამდენად

$$\begin{aligned}
Z_1(t) &= \left( N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right] \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \\
&+ \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] e^{\lambda t} \\
N_1(t) &= \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) + \right. \\
&+ \left. \frac{\beta_1 - \beta_2}{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] \right] e^{\lambda t} \quad (1.1.55) \\
&+ \frac{1}{2} \left( N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right] \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}
\end{aligned}$$

ვიპოვოთ მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციულ ობში

$$\begin{aligned}
N_2(t) &= \frac{1}{2} (Z(t) - Z_1(t)) = \frac{1}{2} \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) e^{\lambda t} - \\
&- \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right] \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \right. \\
&+ \left. \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] e^{\lambda t} \right] \\
N_2(t) &= \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \cdot \right. \\
&\cdot \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] \right] e^{\lambda t} + \quad (1.1.56) \\
&+ \frac{1}{2} \left( N_{20} - N_{10} + \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right] \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}
\end{aligned}$$

ბ) ვთქვათ  $\lambda = \alpha - \alpha_1$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \int (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) dt + Const$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) + Const$$

$$Z_1(t) = \left( Const - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$Z_1(0) = Const = N_{10} - N_{20}; \quad Const = N_{10} - N_{20}$$

$$Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} \quad (1.1.57)$$

$$\begin{aligned}
N_1(t) &= \frac{1}{2}(Z(t) + Z_1(t)) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) e^{\lambda t} + \right. \\
&+ \left. \left( N_{10} - N_{20} - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right) e^{\lambda t} \right] \\
N_1(t) &= \frac{1}{2} \left[ N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t + \right. \\
&+ \left. N_{10} - N_{20} - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right] e^{\lambda t} \\
N_1(t) &= \left[ N_{10} + \frac{\lambda - \gamma_1}{2\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t - \right. \\
&- \left. \frac{1}{2} (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right] e^{\lambda t} \tag{1.1.58}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_2(t) &= \frac{1}{2}(Z(t) - Z_1(t)) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) e^{\lambda t} - \right. \\
&- \left. \left( N_{10} - N_{20} - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right) e^{\lambda t} \right] \\
N_2(t) &= \left[ N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{2\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t + \right. \\
&+ \left. \frac{1}{2} (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right] e^{\lambda t} \tag{1.1.59}
\end{aligned}$$

3. თუ (1.1.29) ნულზე ნაკლებია, ანუ  $D < 0$ , მაშინ აღვნიშნოთ

$$\nu_1 = \frac{\alpha + \alpha_1 + \gamma_1}{2} \quad \nu_2 = \frac{\sqrt{4\gamma(\beta_1 + \beta_2) - (\gamma_1 - \alpha - \alpha_1)^2}}{2} \tag{1.1.60}$$

და ამ პირობებში (1.1.23)-ის ზოგად ამონახსნს აქვს სახე

$$N_3(t) = (C \cos \nu_2 t + C_1 \sin \nu_2 t) e^{\nu_1 t}$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \nu_1 (C \cos \nu_2 t + C_1 \sin \nu_2 t) e^{\nu_1 t} + \nu_2 (C_1 \cos \nu_2 t - C \sin \nu_2 t) e^{\nu_1 t}$$

ჩავსვამთ რა ამ ორ უკანასკნელ ტოლობაში,  $t = 0$  -ს, ვიპოვიოთ  $C, C_1$  კოეფიციენტებს

$$N_3(0) = C = N_{30}$$

$$\frac{dN_3(0)}{dt} = \nu_1 N_{30} + \nu_2 C_1 = \gamma N_{10} + \gamma N_{20} + \gamma_1 N_{30}; \quad C_1 = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}}{\nu_2}$$

$$N_3(t) = \left( N_{30} \cos \nu_2 t + \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}}{\nu_2} \sin \nu_2 t \right) e^{\nu_1 t}$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა



$$A = \sqrt{N_{30}^2 + \left( \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}}{\nu_2} \right)^2} \quad (1.1.61)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\nu_2 N_{30}}{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}} \quad (1.1.62)$$

$$N_3(t) = A \left( \frac{N_{30}}{A} \cos \nu_2 t + \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}}{\nu_2 A} \sin \nu_2 t \right) e^{\nu_1 t}$$

$$N_3(t) = A (\sin \varphi \cos \nu_2 t + \cos \varphi \sin \nu_2 t) e^{\nu_1 t}$$

$$N_3(t) = A \sin(\nu_2 t + \varphi) e^{\nu_1 t} \quad (1.1.63)$$

სადაც  $A$  და  $\varphi$  გამოითვლება შესაბამისად, (1.1.61) და (1.1.62) ფორმულებით, ხოლო იმ შემთხვევაში როცა  $\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30} = 0$ , მაშინ ჩავთვალოთ, რომ  $\varphi = \pi/2$ .

$$Z(t) = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{dN_3(t)}{dt} - \gamma_1 N_3(t) \right) = \frac{A}{\gamma} (\nu_2 \cos(\nu_2 t + \varphi) + \nu_1 \sin(\nu_2 t + \varphi) - \gamma_1 \sin(\nu_2 t + \varphi)) e^{\nu_1 t}$$

$$Z(t) = \frac{A}{\gamma} (\nu_2 \cos(\nu_2 t + \varphi) + (\nu_1 - \gamma_1) \sin(\nu_2 t + \varphi)) e^{\nu_1 t}, \text{ ადვილმანათ}$$

$$B = \sqrt{(\nu_1 - \gamma_1)^2 + \nu_2^2} \quad (1.1.64)$$

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\nu_2}{\nu_1 - \gamma_1} \quad (1.1.65)$$

ხოლო იმ შემთხვევაში როცა  $\nu_1 - \gamma_1 = 0$ , მაშინ ჩავთვალოთ, რომ  $\omega = \pi/2$ .

$$Z(t) = \frac{AB}{\gamma} \sin(\nu_2 t + \varphi + \omega) e^{\nu_1 t} \quad (1.1.66)$$

ამოვხსნათ (1.1.37)-(1.1.38) (1.1.56)-სთვის, ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით

$Z_1(t) = C(t) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$  სადაც  $C(t)$  მოიძებნება შემდეგი ტოლობიდან

$$C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2) N_3(t) e^{-(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2) A \sin(\nu_2 t + \varphi) e^{(\nu_1 - (\alpha - \alpha_1))t} \quad (1.1.67)$$

ა) თუ  $\nu_1 = \alpha - \alpha_1$  მაშინ გვაქვს  $C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2) A \sin(\nu_2 t + \varphi)$

$$C(t) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A \cos(\nu_2 t + \varphi) + \operatorname{Const}$$

$$Z_1(t) = \left( \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A \cos(\nu_2 t + \varphi) + \operatorname{Const} \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}, Z_1(0) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A \cos \varphi + \operatorname{Const} = N_{10} - N_{20}$$

$$\operatorname{Const} = N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A \cos \varphi; Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} + \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A (\cos(\nu_2 t + \varphi) - \cos \varphi) \right) e^{\nu_1 t}$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left( N_{10} - N_{20} + \frac{AB}{\gamma} \sin(v_2 t + \varphi + \omega) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{v_2} A (\cos(v_2 t + \varphi) - \cos \varphi) \right) e^{v_1 t} \quad (1.1.68)$$

$$N_2(t) = \frac{1}{2} \left( N_{20} - N_{10} + \frac{AB}{\gamma} \sin(v_2 t + \varphi + \omega) - \frac{\beta_1 - \beta_2}{v_2} A (\cos(v_2 t + \varphi) - \cos \varphi) \right) e^{v_1 t} \quad (1.1.69)$$

ծ) օղ  $v_1 \neq \alpha - \alpha_1$  մասին ճշմոհ  $C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) A \int \sin(v_2 t + \varphi) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} dt + Const$

$$I \equiv \int \sin(v_2 t + \varphi) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} dt = \frac{(v_1 - (\alpha - \alpha_1)) \sin(v_2 t + \varphi) - v_2 \cos(v_2 t + \varphi)}{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2} e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t}$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) A \frac{(v_1 - (\alpha - \alpha_1)) \sin(v_2 t + \varphi) - v_2 \cos(v_2 t + \varphi)}{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2} e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} + Const$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{v_2}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \quad \cos \varphi_1 = \frac{v_1 - (\alpha - \alpha_1)}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \quad tg \varphi_1 = \frac{v_2}{v_1 - (\alpha - \alpha_1)}$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} + Const$$

$$Z_1(t) = \left( -(\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} + Const \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$Z_1(0) = Const - (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) = N_{10} - N_{20}$$

$$Const = (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) + N_{10} - N_{20}$$

$$Z_1(t) = \left( \begin{aligned} & -(\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} + \\ & + (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) + N_{10} - N_{20} \end{aligned} \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} - N_{20} + (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \left( \frac{AB}{\gamma} \sin(v_2 t + \varphi + \omega) - (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) \right) e^{v_1 t} \right] \quad (1.1.70)$$

$$N_2(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{20} - N_{10} - (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \left( \frac{AB}{\gamma} \sin(v_2 t + \varphi + \omega) + (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) \right) e^{v_1 t} \right] \quad (1.1.71)$$

## §1.2 მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი

დავუშვათ, ანტაგონისტური მხარეები, რომლებიც ერთნაირი ინტენსივობით აწარმოებენ ინფორმაციულ ომს, უშუალოდ არ ითვალისწინებდნენ მოწინააღმდეგე მხარის მიერ გავრცელებულ ინფორმაციებს, ამასთან ორივე ერთნაირად ყურად იღებს მესამე - სამშვიდობო მხარის მოწოდებებს. ასეთ პირობებში (1.1.1) ზოგად წრფივ მოდელში ზოგიერთი კოეფიციენტი ნულს უტოლდება. კერძოდ  $\alpha_2$  და  $\beta_1$  ხდება ნული. მივიჩნიოთ რომ  $\gamma_3 = 0$ , ანუ მესამე მხარე, ერთნაირად რეაგირებს მხოლოდ ანტაგონისტური მხარეების მიერ მაპროვოცირებელი ინფორმაციების გავრცელებაზე [11; 29; 41]. ამრიგად, ავიღოთ  $\alpha_1 = \beta_2 = \alpha$ ,  $\alpha_3 = \beta_3 = \beta$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ .  $\alpha_2 = \beta_1 = \gamma_3 = 0$ . მაშინ (1.1.1) სისტემა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} N_1(t) = \alpha N_1(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{d}{dt} N_2(t) = \alpha N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{d}{dt} N_3(t) = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) \end{cases} \quad (1.2.1)$$

მოწინააღმდეგე მხარის იგნორირების (1.2.1) მოდელში  $\alpha$  შეიძლება მივიჩნიოთ ანტაგონისტური მხარეების აგრესიულობის მაჩვენებლად (ინდექსად),  $\beta$  - კი მათი სამშვიდობო მზაობის მაჩვენებლად, ყურად იღონ საერთაშორისო ორგანიზაციების სამშვიდობო მოწოდებანი.  $\gamma$  - თვით საერთაშორისო ორგანიზაციების სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსია. როგორც ქვემოთ დავინახავთ, იმის გათვალისწინებით, თუ რა სჭარბობს მოდელში - აგრესიულობის ინდექსი, თუ სამშვიდობო მზაობისა და სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსები, მნიშვნელოვნად იცვლება ინფორმაციული ომის განვითარება. (1.2.1) სისტემის ამონახსნებს (1.1.2) საწყისი პირობებისთვის ვეძებთ  $[0, \infty)$  არეზე, (1.2.1) სისტემა წარმოადგენს (1.1.17) სისტემის კერძო შემთხვევას, როცა

$$\alpha = \alpha; \alpha_1 = 0; \beta_1 = \beta_2 = 0; \gamma_1 = 0 \quad (1.2.2)$$

ამ შემთხვევაში (1.2.1) -ის ამონახსნების საპოვნელად ავიღოთ (1.1.17)-ის ამონახსნები და გავითვალისწინოდ (1.2.2). ამასთან (1.1.23)-ის მახასიათებელი განტოლება იქნება

$$\lambda^2 - \alpha \lambda + 2\beta \gamma = 0 \quad (1.2.3)$$

(1.1.27), (1.1.28), (1.1.29) მიიღებს შესაბამისად სახეს

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} \quad (1.2.4)$$

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma \quad (1.2.5)$$

ა) თუ (1.2.5) დადებითია, ანუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , მაშინ (1.1.2)-(1.1.5) -ს გათვალისწინებით (1.1.32) მესამე - მშვიდობისყოფელი მხარის აქტივობა ინფორმაციულ ომში გამოისახება შემდეგნაირად:

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.7)$$

პირველი და მეორე მხარეებისთვის მათი აქტიურობის დასადგენად გამოვიყენოთ შესაბამისად (1.1.44) და (1.1.45). თუ გავითვალისწინებთ, რომ

$$\frac{\lambda_1}{\gamma} = \frac{2\beta}{\lambda_2} \quad \text{და} \quad \frac{\lambda_2}{\gamma} = \frac{2\beta}{\lambda_1} \quad (1.2.8)$$

მაშინ (1.2.2) და (1.2.8)-იდან (1.1.44) და (1.1.45) შესაბამისად ჩაიწერება:

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.9)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.10)$$

შევნიშნოთ, რომ  $N_2(t)$   $N_1(t)$ -სგან განსხვავდება იმით, რომ მხოლოდ  $N_{10}$  და  $N_{20}$  უცვლიან ერთმანეთს ადგილებს ანუ ამონახსნები მათ მიმართ სიმეტრიულია

1. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , მაშინ (1.1.53)-დან (1.2.2)-ის გათვალისწინებით ვლებულობთ (1.2.1)-ის ამონახსნს  $N_3(t)$ -ის მიმართ

$$N_3(t) = \left[ N_{30} + (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30})t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (1.2.11)$$

და ანალოგიურად ვიპოვით  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  ამონახსნებს, ჩავსვამთ რა (1.1.55) და (1.1.56) -ში შესაბამისად (1.2.2)-ს და გავითვალისწინებთ, რომ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , მაშინ

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \left[ \frac{N_{10} + N_{20}}{2} + \frac{2\beta}{\alpha} (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30})t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (1.2.12)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \left[ \frac{N_{10} + N_{20}}{2} + \frac{2\beta}{\alpha} (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30})t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (1.2.13)$$

2. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ , მაშინ (1.2.3)-ის ამონახსნს  $N_3(t)$  -ს აქვს შემდეგი სახე, რომელიც მიიღება (1.1.63) -ში (1.2.2) -ის გათვალისწინებით და  $\varphi$ -ის მაგივრად ავიღოთ  $\theta$ :

$$N_3(t) = \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \theta\right) \quad (1.2.14)$$

სადაც  $tg\theta = \frac{N_{30}\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30}}$ . (1.1.70) და (1.1.71) -ის საშუალებით (1.2.2) გათვა-

ლისწინებით ვიპოვით დანარჩენ სამეზნ ფუნქციებს, აღვნიშნოთ, რომ  $\omega$  -ის ნაცვლად აღებულია  $\varphi$ :

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \theta + \varphi\right) \quad (1.2.15)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \theta + \varphi\right) \quad (1.2.16)$$

$$tg\varphi = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha}.$$

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა (1.1.2) -ში  $N_{30} = 0$ , ანუ საერთაშორისო ორგანიზაციები არ "ფხიზლობენ" და რეაგირებას აკეთებენ მხარეების მიერ უკვე გაჩაღებულ ინფორმაციულ ომზე - ანუ გვაქვს არაპრევენციული შემთხვევა. ამ შემთხვევაში (1.2.7), (1.2.9)-(1.2.16) ფორმულებიდან მივიღებთ:

$$ა) \quad D > 0 \quad N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \quad (1.2.17)$$

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.18)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.19)$$

$$ბ) \quad D = 0 \quad N_3(t) = \gamma(N_{10} + N_{20}) t e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.20)$$

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{2\alpha} (\alpha + 4\beta\gamma) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.21)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{2\alpha} (\alpha + 4\beta\gamma) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.22)$$

$$\text{გ) } D < 0 \quad N_3(t) = \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t\right) \quad (1.2.23)$$

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{2\beta\gamma} \frac{(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) \quad (1.2.24)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{2\beta\gamma} \frac{(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) \quad (1.2.25)$$

სადაც  $tg\varphi = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha}$ . განვიხილოთ შემთხვევა როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა

პრევენციული ზომები არ მიიღეს და გამოვიკვლიოთ ინფორმაციული ომის მიმდინარეობა სხვადასხვა  $D$ -ს შემთხვევაში:  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ . აგრესიულობის ინდექსის კვადრატი მეტია სამშვიდობო მზაობისა და სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსების გარვამაგებულ ნამრავლზე, რაც აშკარად მიუთითებს ანტაგონისტური მხარეების დიდ აგრესიულ განწყობაზე ინფორმაციულ ომში.

$N_{10} = N_{20}$ , იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყო თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე უშედეგოა - ისინი აძლიერებენ ინფორმაციული შეტევებს. (1.2.18), (1.2.19) - დან  $N_{10} = N_{20}$  -ის გათვალისწინებით

$$N_1(t) = 2\beta\gamma N_{10} \frac{1}{\sqrt{D}} \left( \frac{e^{\lambda_1 t}}{\lambda_2} - \frac{e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1} \right) \rightarrow +\infty, \quad (1.2.26)$$

$$N_2(t) = 2\beta\gamma N_{10} \frac{1}{\sqrt{D}} \left( \frac{e^{\lambda_1 t}}{\lambda_2} - \frac{e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1} \right) \rightarrow +\infty, \quad (1.2.27)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$ . ვაჩვენოთ (1.2.26) მტკიცების სამართლიანობა  $N_1(t)$  -სთვის, ხოლო (1.2.27)-ს თანახმად,  $N_2(t)$  -იგივეურად ტოლია  $N_1(t)$ -ს. მართლაც,  $[0, +\infty)$  არეზე  $N_1(t)$  დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრელია.  $N_1(t)$  - ს დადებითობა გამომდინარეობს შემდეგი თანაფარდობებიდან:  $N_1(0) = N_{10} > 0$ ;  $2\beta\gamma N_{10} \frac{1}{\sqrt{D}} > 0$ , რადგანაც

$\beta, \gamma > 0$ , ხოლო

$$\frac{e^{\lambda_1 t}}{\lambda_2} - \frac{e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1} > 0 \quad (1.2.28)$$

გამომდინარეობს იქიდან, რომ  $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$ ,  $\frac{1}{\lambda_2} > \frac{1}{\lambda_1} > 0$ ,  $e^{\lambda_1 t} > e^{\lambda_2 t}$ .  $N_1(t)$  -ს ზრდადობის

მაჩვენებელია მისი წარმოებულის დადებითობა -

$$N_1'(t) = \frac{2\beta\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} \frac{\lambda_2 e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1} \left( \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1 \right) > 0,$$

რადგან ამ გამოსახულების ყველა თანამამრავლი დადებითია.  $N_1(t)$  ზემოდან შემოუსაზღვრელია, რადგანაც  $N_1(t) \cong \frac{2\beta\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} \frac{1}{\lambda_2} e^{\lambda_1 t}$ , როცა  $t \rightarrow \infty$ . რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს

$$N_3(t) = \frac{2\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \geq 0$$

$t \in [0, +\infty)$  -სთვის,  $N_3(t) \rightarrow +\infty$  როცა  $t \rightarrow +\infty$ ,  $N_3(0) = 0$  და შემდეგ იზრდება  $t$ -ს გაზრდასთან ერთად, რადგან მისი წარმოებულის დადებითობა.

$$N_3'(t) = \frac{2\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} \lambda_2 e^{\lambda_2 t} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1 \right) > 0$$

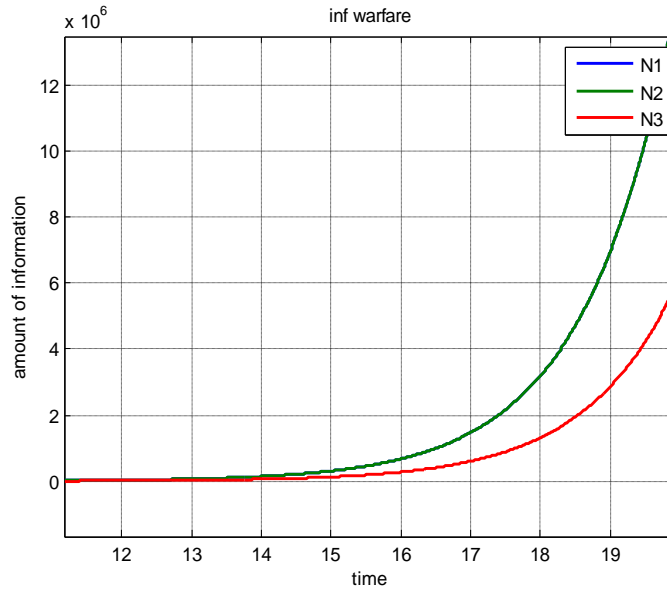
$N_3(t)$  შემოუსაზღვრელია ზემოდან რადგანაც -

$$N_3(t) \cong \frac{2\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t}, t \rightarrow +\infty$$

ამდენად, ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  -სთვის, ანტაგონისტური მხარეების ერთნაირი სასტარტო პირობების ( $N_{10} = N_{20}$ ) შემთხვევაში, ისინი ზრდიან თავიანთ აქტიურობას,  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ფუნქციები მონოტონურად იზრდება-ანუ ინფორმაციული ომი არ ცხრება და სულ უფრო იკრებს ძალებს. იხილე ლისტინგი 1.2.1. და ნახატი 1.2.1.

ლისტინგი 1.2.1

```
%uwyveti ignorireba nonprevencia d meti%
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=20;
x0=2.5; y0=2.5; z0=0; d=sqrt(alfa^2-8*beta*gamma);
l1=(alfa+d)/2; l2=(alfa-d)/2;
A=(gamma*(x0+y0)-l2*z0)/d; B=(gamma*(x0+y0)-l1*z0)/d;
A1=beta*A/l2; B1=beta*B/l1;
qveda=gamma*(x0+y0)/l2;
t=0:0.01:N; z=A*exp(l1*t)-B*exp(l2*t);z1=A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t);
x=((x0-y0)/2)*exp(alfa*t)+z1;y=((y0-x0)/2)*exp(alfa*t)+z1;
plot(t,x,t,y,t,z,'lineWidth',1.7)title('inf warfare')xlabel('time')
ylabel('amount of information')legend('N1','N2','N3')grid on
```



ნახატი 1.2.1. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$  , ტოლი სასტარტო პირობები.

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 0,16, \quad N_{10} = N_{20} = 2.5$$

$N_{10} > N_{20}$  თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, მაშინ

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} \left( \frac{1}{\lambda_2} e^{\lambda_1 t} - \frac{1}{\lambda_1} e^{\lambda_2 t} \right) \quad (1.2.29)$$

$t \in [0, +\infty)$  -სთვის დადებითია, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრელია.

(1.2.29)-ის მეორე წევრი უკვე გამოკვლეულია ზემოთ და იგი დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრელია. მას ემატება ექსპონენციალური ფუნქცია დადებითი კოეფიციენტებით  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2} > 0$  ,  $\alpha > 0$  , რომელიც ასევე დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრელია. შესაბამისად ჯამი, ანუ  $N_1(t)$ -ც დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრელია.

რაც შეეხება  $N_2(t)$ -ს, იგი  $t=0$  წერტილში  $N_2(0) = N_{20} > 0$  , ამ წერტილში მისი წარმოებული (1.2.1) სისტემისა და (1.2) საწყისი პირობებიდან დადებითია -  $N_2'(0) = \alpha N_{20} > 0$  , ამიტომ 0 -ის გარკვეულ მარჯვენა მიდამოში  $N_2(t)$  დადებითი და ზრდადია.

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} \left( \frac{1}{\lambda_2} e^{\lambda_1 t} - \frac{1}{\lambda_1} e^{\lambda_2 t} \right) \quad (1.2.30)$$

მაგრამ უკვე  $t$  -ს გაზრდასთან ერთად  $N_2(t)$  აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას და შემდეგ ხდება მონოტონურად კლებადი და მიისწრაფის  $-\infty$  სკენ. მართლაც



$$N_2(t) = e^{\alpha t} \left( \frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \right) \quad (1.2.31)$$

გამოსახულების ნიშანს განსაზღვრავს ფრჩხილებში მოთავსებული თანამამრავლის ნიშანი.

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \quad (1.2.32)$$

(1.2.32) -ის მეორე და მესამე წევრების აბსოლუტური მნიშვნელობა გახდება რაგინდ მცირე საკმაოდ დიდი  $t$  -სათვის, ამდენად როცა  $t \rightarrow +\infty$  (1.2.32) -ის ნიშანს განსაზღვრავს პირველი შესაკრების  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2}$  ნიშანი, ანუ იქნება უარყოფითი, რადგანაც

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} < 0, \text{ აქედან გამომდინარე } N_2(t) \text{ მისწრაფის } -\infty \text{-სკენ მონოტონურად. } N_2(t)$$

უწყვეტი ფუნქციების ჯამს წარმოადგენს და თავადაც უწყვეტია, ამდენად, რადგანაც ის  $t=0$  -სთვის ის დადებითია, ხოლო დიდი  $t$  -ბისათვის უარყოფითი, იგი აუცილებლად გადაკვეთს აბსცისას, ანუ მას გააჩნია ნული. ეს მოხდება  $t^*$  წერტილში, რომელიც წარმოადგენს შემდეგი ტრანსცენდენტური განტოლების ამონახსნს

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} = 0 \quad (1.2.33)$$

ე.ი.  $N_2(t^*) = 0$ .  $0 \leq t < t^*$  სთვის  $N_2(t)$  დადებითია და აღწევს მაქსიმუმს  $t^{**}$  წერტილში, რომელიც წარმოადგენს შემდეგი განტოლების ამონახსნს  $-N_2'(t) = 0$ ,

$$\begin{aligned} \alpha \left( \frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \right) + \\ + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} = 0 \end{aligned} \quad (1.2.34)$$

რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს ანუ მესამე მხარეს, ის აძლიერებს თავის აქტიურობას,

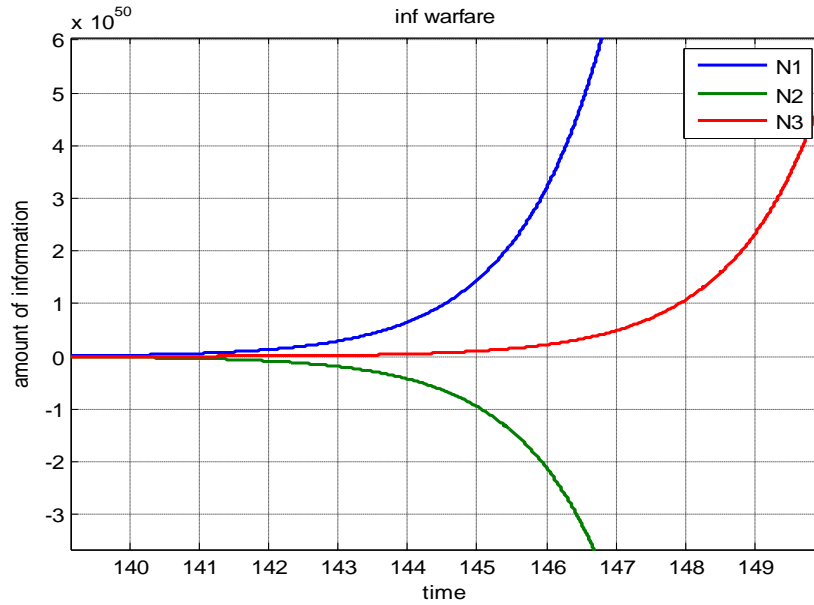
$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \rightarrow +\infty, \quad (1.2.35)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$ .  $N_3(t)$   $t=0$  -ში ნულის ტოლია, შემდეგ იზრდება, მართლაც  $N_3'(t) > 0$

$$N_3'(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} (\lambda_1 e^{\lambda_1 t} - \lambda_2 e^{\lambda_2 t}) > 0 \quad (1.2.36)$$

$$N_3(t) \text{ შემოუსაზღვრელია ზემოდან. მართლაც } -N_3(t) \cong \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t}, t \rightarrow +\infty$$

იხილე ნახატი 1.2.2.



ნახატი 1.2.2. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 2,5$   $N_{20} = 1,5$

$N_{10} < N_{20}$  თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველისაზე, ანუ  $N_{10} < N_{20}$ , მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები - უკვე მეორე მხარე აძლიერებს ინფორმაციული შეტევებს

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \rightarrow +\infty, \quad (1.2.37)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$ . ხოლო პირველი მხარე, ჯერ ააქტიურებს ინფორმაციული შეტევებს, გადის მაქსიმუმზე, მერე ამცირებს, და ბოლოს წყვეტს ინფორმაციული ომს ( $t^*$ -ში გადის ნულზე)

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \rightarrow -\infty, \quad (1.2.38)$$

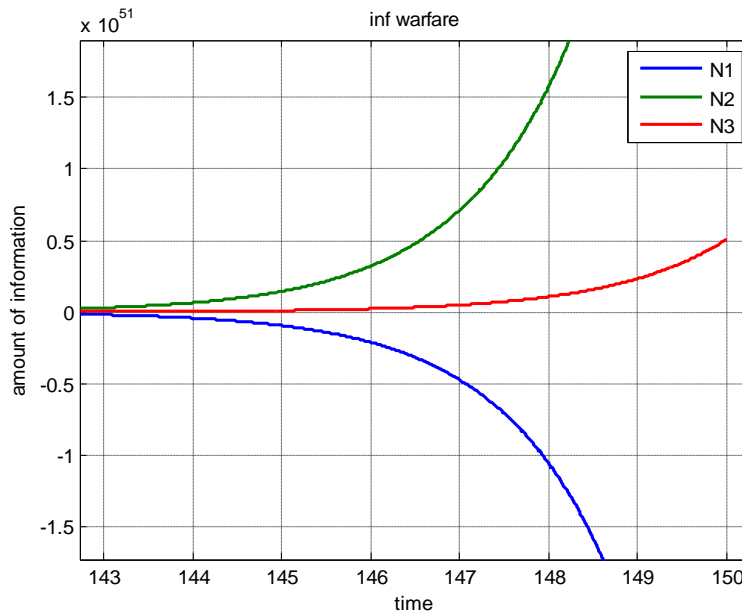
როცა  $t \rightarrow +\infty$ .  $t^*$  კი წარმოადგენს ტრანსცედენტური განტოლების ამოხსნას

$$\frac{N_{10} - N_{20}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} = 0 \quad (1.2.39)$$

მესამე მხარე კი აძლიერებს თავის აქტიურობას და მისთვის სამართლიანია

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \rightarrow +\infty, \quad (1.2.40)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$ . იხილე ნახატი 1.2.3.



ნახატი 1.2.3. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$  , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$  ;  $N_{10} = 1,5$   $N_{20} = 2,5$

ამდენად აღსანიშნავია, რომ მესამე მხარეს არაპრევენციული მიდგომისას ( $N_{30} = 0$ ), შეუძლია ნაწილობრივი ზემოქმედების მოხდენა ინფორმაციული ომზე, კერძოდ ერთ-ერთ მხარეზე, თუ კი ანტაგონისტური მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს არათანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} \neq N_{20}$ ). ამასთან მესამე მხარის ზემოქმედება ხდება იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის საწყისი პირობაც ნაკლებია და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა კი თავიდან იგი აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, მაგრამ შემდეგ ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს და საერთოდ წყვეტს მას.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსი ჯერ კიდევ საკმაოდ მაღალია და გვაქვს ანალოგიები  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევასთან, მართლაც.

$N_{10} = N_{20}$ , იმ შემთხვევაში, თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს ( $N_{30} = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე უშედეგოა - ისინი აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს, და (1.2.20), (1.2.21), (1.2.22) - დან გამომდინარეობს  $N_1(t) \rightarrow +\infty$ ,  $N_2(t) \rightarrow +\infty$ ,  $N_3(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ . მართლაც (1.2.20), (1.2.21), (1.2.22)

გადავწეროთ შემდეგნაირად

$$N_1(t) = \frac{N_{10}}{2} (\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.41)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{10}}{2}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.42)$$

$$N_3(t) = 2\gamma N_{10} t e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.43)$$

$[0, +\infty)$  არეზე ფუნქციები  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  დადებითები, ზრდადები და ზემოდან შემოუსაზღვრელი არიან, რადგანაც წარმოადგენენ  $[0, +\infty)$  არეზე  $\frac{N_{10}}{2}(\alpha t + 2)$  და  $e^{\frac{\alpha}{2}t}$  დადებითი, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრელი ფუნქციების ნამრავლს. იგივე ითქმის  $N_3(t)$ -სთვის  $(0, +\infty)$  არეზე.

$N_{10} > N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორის სასტარტო პირობაზე, მაშინ

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.44)$$

$[0, +\infty)$  არეზე ფუნქცია  $N_1(t)$  დადებითი, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრელია, რადგანაც წარმოადგენენ  $[0, +\infty)$  არეზე  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t}$  და  $\frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t}$  დადებითი, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრელი ფუნქციების ჯამს. რაც შეეხება  $N_2(t)$ -ს, იგი  $t=0$  წერტილში დადებითია  $N_2(0) = N_{20} > 0$ , ამ წერტილში მისი წარმოებული (1.2.1) სისტემისა და (1.1.2) საწყისი პირობებიდან დადებითია -  $N'_2(0) = \alpha N_{20} > 0$ , ამიტომ 0-ის გარკვეულ მარჯვენა მიდამოში  $N_2(t)$  დადებითი და ზრდადია.

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.45)$$

მაგრამ, უკვე  $t$ -ს გაზრდასთან ერთად  $N_2(t)$  აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას და შემდეგ ხდება მონოტონურად კლებადი და მისწრაფის  $-\infty$ -სკენ. მართლაც

$$N_2(t) = e^{\alpha t} \left( \frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \right) \quad (1.2.46)$$

გამოსახულების ნიშანს განსაზღვრავს ფრჩხილებში მოთავსებული თანამამრავლის ნიშანი.

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.47)$$

(1.2.47) -ის მეორე წევრის მნიშვნელობა გახდება რაგინდ მცირე საკმაოდ დიდი  $t$ -სათვის, ამდენად როცა  $t \rightarrow +\infty$  (1.2.47) -ის ნიშანს განსაზღვრავს პირველი შესაკრების  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2}$  ნიშანი, ანუ იქნება უარყოფითი, რადგანაც  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2} < 0$ , აქედან გამომდინარე

$N_2(t)$  მიისწრაფის  $-\infty$  სკენ მონოტონურად.  $N_2(t)$  უწყვეტი ფუნქციების ჯამს წარმოადგენს და თავადაც უწყვეტია, ამდენად რადგანაც  $t=0$  -სთვის ის დადებითია, ხოლო დიდი  $t$  -სათვის უარყოფითი, იგი აუცილებლად გადაკვეთს აბსცისას, ანუ მას გააჩნია ნული. ეს მოხდება  $t_2^*$  წერტილში, რომელიც წარმოადგენს შემდეგი ტრანსცენდენტური განტოლების ამონახსნს

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{-\frac{\alpha}{2}t} = 0 \quad (1.2.48)$$

ე.ი.  $N_2(t_2^*)=0$ .  $0 \leq t < t_2^*$  სთვის  $N_2(t)$  დადებითია და აღწევს მაქსიმუმს  $t_2^{**}$  წერტილში, რომელიც წარმოადგენს შემდეგი განტოლების ამონახსნს  $N_2'(t)=0$ ,

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{-\frac{\alpha}{2}t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4} e^{-\frac{\alpha}{2}t} - \frac{N_{10} + N_{20}}{8}(\alpha t + 2) e^{-\frac{\alpha}{2}t} = 0 \quad (1.2.49)$$

რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს ანუ მესამე მხარეს, ის აძლიერებს თავის აქტიურობას, (იხ. (1.2.43)).

$N_{10} < N_{20}$ . თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორეს პირველზე მეტი სასტარტო პირობა აქვს, მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები - უკვე მეორე მხარე აძლიერებს ინფორმაციულ შეტევებს  $N_2(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ . ხოლო პირველი მხარე, ჯერ ააქტიურებს ინფორმაციულ შეტევებს, გადის მაქსიმუმზე, მერე ამცირებს, და ბოლოს წყვეტს ინფორმაციულ ომს.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ . ამ შემთხვევაში, აგრესიულობის ინდექსის კვადრეტი ნაკლებია სამშვიდობო მზაობისა და აქტიურობის ინდექსების გარვამაგებულ ნამრავლზე, ანუ მოსალოდნელია რომ სამშვიდობო აქტიურობამ "აჯობოს" (გადაფაროს) აგრესიულობა.

$N_{10} = N_{20}$ . მართლაც თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტური მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე შედეგიანია. მართლაც, ფუნქციები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ , (1.2.24), (1.2.25) ის თანახმად

$$N_1(t) = \sqrt{2\beta\gamma} \frac{2N_{10}}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) \quad (1.2.50)$$

$$N_2(t) = \sqrt{2\beta\gamma} \frac{2N_{10}}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) \quad (1.2.51)$$

გადიან ნულზე, როცა

$$t^* = \frac{2(\pi - \varphi)}{\sqrt{-D}} \quad (1.2.52)$$

სადაც  $\varphi$  -სთვის სამართლიანია

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{-D}}{\alpha} \quad (1.2.53)$$

რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს

$$N_3(t) = \frac{4\gamma N_{10}}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t\right) \quad (1.2.54)$$

ისინი ნულზე გადიან  $t^{**} = \frac{2\pi}{\sqrt{-D}}$  -ში,  $t^*$  -ის შემდეგ, ანუ მესამე მხარე ასრულებს სამშვიდობო მოწოდებების გავრცელებას მას მერე, რაც ანტაგონისტური მხარეები დაასრულებენ ინფორმაციულ ომს.

$N_{10} > N_{20}$ . თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და ამასთან პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, მაშინ (1.2.24)-დან  $N_1(t)$  ფუნქციის ნულთან ტოლობით ვიპოვით დროს, როცა პირველი მხარე წყვეტს ინფორმაციულ ომს.

$$\frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\frac{\alpha}{2}t} + \sqrt{2\beta\gamma} \frac{(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) = 0 \quad (1.2.55)$$

აქედან

$$\sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) = -\frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \frac{\sqrt{-D}}{2\sqrt{2\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.56)$$

(1.2.56) -ის ამონახსნი არსებობს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა

$$1 \geq -\frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \frac{\sqrt{-D}}{2\sqrt{2\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \geq -1 \quad (1.2.56)$$

ან რაც, ჩვენ შემთხვევაში, იგივეა  $0 < \frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \frac{\sqrt{-D}}{2\sqrt{2\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \leq 1$

$$0 \leq t \leq \frac{2}{\alpha} \ln\left(\frac{N_{20} + N_{10}}{N_{10} - N_{20}} \sqrt{\frac{8\gamma\beta}{8\beta\gamma - \alpha^2}}\right) \quad (1.2.57)$$

ამდენად (1.2.56) -ის ამონახსნი  $t_1^*$  უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს

$$0 \leq t_1^* \leq \frac{2}{\alpha} \ln\left(\frac{N_{20} + N_{10}}{N_{10} - N_{20}} \sqrt{\frac{8\gamma\beta}{8\beta\gamma - \alpha^2}}\right) \quad (1.2.58)$$

$$t_1^* = \frac{2}{\sqrt{-D}} \arcsin\left(\frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \cdot \frac{\sqrt{-D}}{\sqrt{8\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2} t_1^*}\right) + \frac{2}{\sqrt{-D}}(\pi - \varphi) > \frac{2}{\sqrt{-D}}(\pi - \varphi) \quad (1.2.59)$$

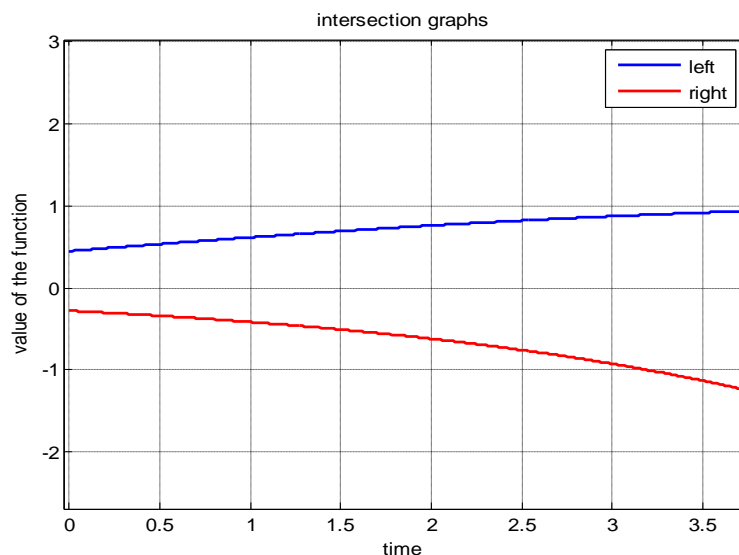
(1.2.58) და (1.2.59) პირობების შესრულება შესაძლებელია  $\gamma$ -ს შერჩევით,  $\beta$   $\gamma$  ნამრავლი უნდა იყოს საკმაოდ დიდი რიცხვი. (1.2.56)-ის ამონახსნი საკმაოდ დიდი  $\gamma$ -ისთვის არსებობს, მართლაც საილუსტრაციოდ (1.2.56)-ის მარცხენა და მარჯვენა მხარეები განვიხილოთ, როგორც ფუნქციები. მარცხენა მხარის შესაბამისი სინუს ფუნქციის გრაფიკი მაშინ გადაკვეთს მარჯვენა მხარის მაჩვენებლიანი ფუნქციის გრაფიკს, როცა მას აქვს შესაბამისი სიხშირე, ანუ მანამ სანამ მაჩვენებლიანი ფუნქცია აბსოლუტური მნიშვნელობით არ აღემატება ერთს, სინუს ფუნქცია ასწრებს სრული რხევის შესრულებას და ამდენად ამ ფუნქციის გრაფიკები ერთხელ მაინც გადაიკვეთებიან. ეს სიხშირე კი  $-\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}$  დამოკიდებულია  $\gamma$ -ზეც და ამ უკანასკნელის გაზრდით, სიხშირეც იზრდება. საილუსტრაციოდ იხილეთ ლისტინგი 1.2.2. და ნახატები 1.2.4-1.2.6.

ლისტინგი 1.2.2.

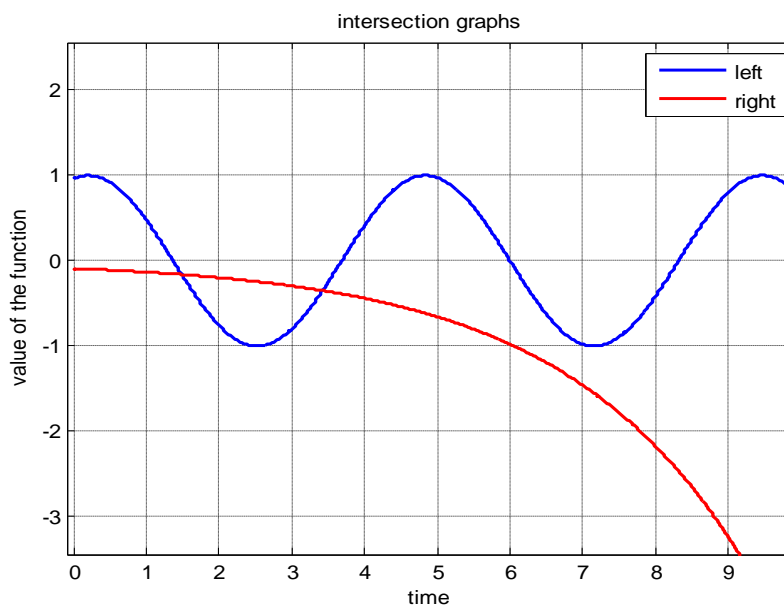
```

alfa=0.8; beta=0.05; gamma=2; N=15; x0=2.5; y0=1.5; d=sqrt(8*beta*gamma-alfa^2);
fi=atan(d/alfa); n=0:0.01:N;x=sin(d*n/2+fi);
y=(y0- x0)*exp(alfa*n/2)/((x0+y0)*sqrt(8*beta*gamma));
plot(n,x,n,y,'r','LineWidth',1.5) title('intersection graphs')
xlabel('time') ylabel('value of the function')
legend('left','right') grid on

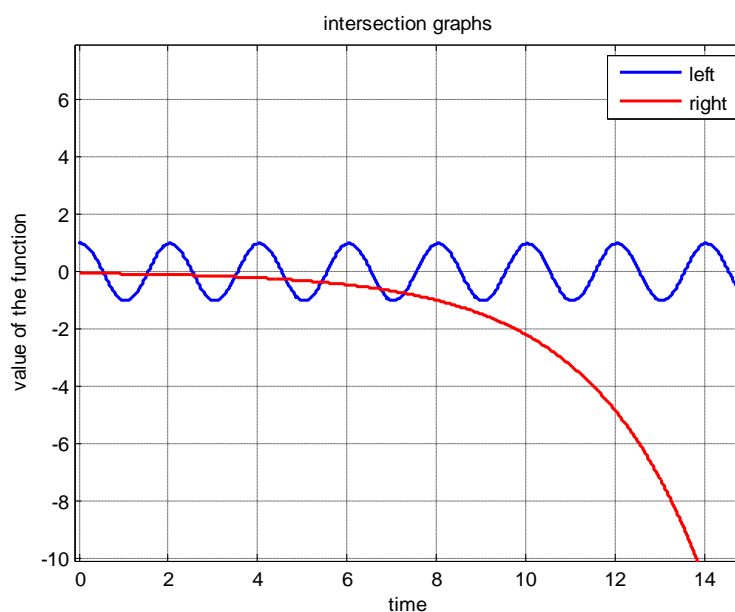
```



ნახატი 1.2.4. (1.2.56) განტოლების ამონახსნის გრაფიკული ხერხი,  $\gamma=2$



ნახატი 1.2.5 . (1.2.56) განტოლების ამოხსნის გრაფიკული ხერხი,  $\gamma=20$



ნახატი 1.2.6. (1.2.56) განტოლების ამოხსნის გრაფიკული ხერხი,  $\gamma=100$

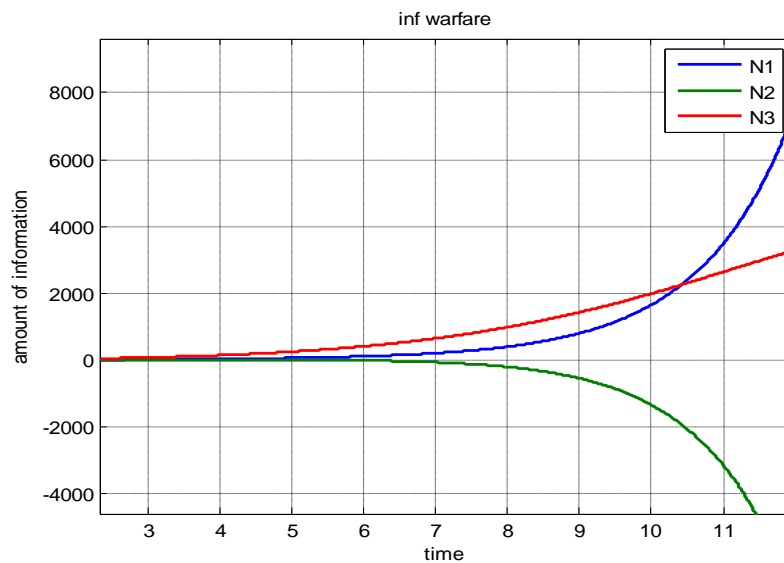
ნახატებზე 1.2.7 და 1.2.8 ნაჩვენებია მხარეთა აქტიურობა ინფორმაციულ ომში, ნახატზე 1.2.7 პირველი მხარე არ გადის ნულზე, ნახაზზე 1.2.8 კი გაზრდილი  $\gamma$ -სთვის, პირველი მხარე უკვე გადის ნულზე. მართალია  $\gamma$ -ს გაზრდით (1.2.56)-ის მარჯვენა ნაწილში მაჩვენებლიანი ფუნქციის წინ მყოფი კოეფიციენტების ნამრავლი იზრდება, თუმცა კი ერთზე ნაკლები რჩება, მაგრამ (1.2.56)-ის მარცხენა ნაწილში მოთავსებული სინუსის სიხშირე (დროის ცვლადის წინ არსებული კოეფიციენტი) მატულობს, ე.ი დროის ერ-



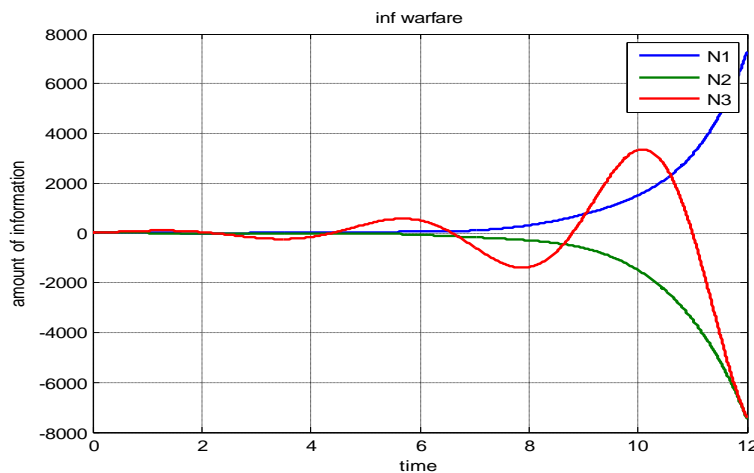
თეულში უფრო მეტ რხევას აკეთებს, და ამიტომ სათანადოდ გაზრდილი სიხშირის პირობებში (1.2.56)-ის მარჯვენა და მარცხენა მხარეებით განსაზღვრული ფუნქციების გრაფიკები გადაიკვეთებიან, რაც ნიშნავს იმას, რომ ამ გადაკვეთის წერტილის აბცისით მიითებულ დროში პირველი მხარე გადის ნულზე.

### ლისტინგი 1.2.3

```
% uwyveti ignori d naklebia % alfa=0.8; beta=0.05; gamma=2; N=12; x0=2.5; y0=1.5;
d=sqrt(8*beta*gamma-alfa^2); fi=atan(d/alfa);
n=0:0.01:N; z1=2*gamma*(x0+y0)/d; z2=z1*exp(alfa*n/2); z=z2.*sin(d*n/2);
z3=sqrt(2*beta*gamma)*((x0+y0)/d)*exp(alfa*n/2); x=(x0-y0)*exp(alfa*n)/2+z3.*sin(d*n/2+fi);
y=(y0-x0)*exp(alfa*n)/2+z3.*sin(d*n/2+fi); plot(n,x,n,y,n,z,'LineWidth',1.5) title('inf warfare')
xlabel('time') ylabel('amount of information') legend('N1','N2','N3') grid on
```



ნახატი 1.2.7. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ .  $\alpha = 0,08$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$   $x_0 > y_0$ ,  $x_0 = 2,5$ ,  $y_0 = 1,5$



ნახატი 1.2.8. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ .  $\alpha = 0,08$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 22$ ;  $x_0 > y_0$ ;  $x_0 = 2,5$ ;  $y_0 = 1,5$

მეორე მხარის -  $N_2(t)$ -ს ნიშანი დიდი  $t$ -სთვის (1.2.26)-ში ემთხვევა  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2}$  -ს

ნიშანს, ანუ უარყოფითია, ამიტომ  $N_2(t)$  -ს გააჩნია ნული ნებისმიერ შემთხვევაში

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{2\beta\gamma} \frac{(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) = 0 \quad (1.2.60)$$

(1.2.60) განტოლების ამონახსენი  $t_2^*$  უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს

$$0 \leq t_2^* \leq \frac{2}{\alpha} \ln\left(\frac{N_{20} + N_{10}}{N_{10} - N_{20}} \sqrt{\frac{8\gamma\beta}{8\beta\gamma - \alpha^2}}\right) \quad (1.2.61)$$

$$t_2^* = \frac{2}{\sqrt{-D}} \left( \arcsin\left(\frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \frac{\sqrt{-D}}{\sqrt{8\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t_2^*}\right) - \varphi \right) \quad (1.2.62)$$

საერთაშორისო ორგანიზაციები წყვეტენ თავის სამშვიდობო ძალისხმევას ანტაგონისტურ მხარეზე ინფორმაციული ომის ჩაქრობის შემდეგ.

$$N_3(t) = \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t\right) = 0 \quad (1.2.63)$$

განტოლების ამონახსენი

$$t^* = \frac{2\pi}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \quad (1.2.64)$$

ე.ი. მესამე მხარე გადის ნულზე  $t^*$  წერტილში  $t_2^* < t_1^* < t^*$ .  $N_{10} < N_{20}$ . თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორეს პირველზე მეტი სასტარტო პირობა აქვს, მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს, და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ -სთვის.

### §1.3. მოწინააღმდეგის იგნორირების პრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი

ინფორმაციულ ომში საერთაშორისო ორგანიზაციებს შეუძლიათ თავიდანვე აქტიურად ჩაებან, ანუ (1.2.1) მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელში მესამე მხარის საწყისი მნიშვნელობა ამ შემთხვევაში განსხვავებულია ნულისგან [11;29;37]. ამ შემთხვევას ვუწოდოთ პრევენციული და ცხადია, რომ რაც მეტია მესამე მხარის საწყისი მნიშვნელობა, მით მეტ პრევენციულ ზემოქმედებას ახდენს საერთაშორისო ორგანიზაციები ორ დაპირისპირებულ მხარეზე. ამ პარაგრაფში ნაჩვენებია, რომ ინფორმაციულ ომზე საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედების ხარისხი გაცილებით დიდია, ანტაგონისტურ მხარეთა მაღალი აგრესიულობის ინდექსის შემთხვევაშიც კი, თუ კი

მათ მოქმედებას ექნება პრევენციული ხასიათი ( $N_{30} > 0$ ). გამოვიკვლიოთ ინფორმაციული ომის მიმდინარეობა სხვადასხვა  $D$ -ს შემთხვევაში.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ . განვიხილოთ სასტარტო პირობების სხვადასხვა შემთხვევები.

$N_{10} = N_{20}$ , იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე ერთნაირია,  $N_1(t) = N_2(t)$ . (1.2.7), (1.2.9), (1.2.10)-დან მივიღებთ.

$$N_3(t) = \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.3.1)$$

$$N_1(t) = \beta \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.3.2)$$

$$N_2(t) = \beta \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.3.3)$$

$N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  ფუნქციები  $t=0$  წერტილში ტოლია და დადებითია,  $N_{10} > 0$ , ხოლო დიდი  $t$ -სთვის იგი გახდება უარყოფითი, თუ კი

$$N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} \quad (1.3.4)$$

მართლაც (1.3.1)-ის თანახმად

$$N_1(t) = \frac{\beta}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \left( \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1} \right) \quad (1.3.5)$$

$N_1(t)$ -ს ნიშანს დიდი  $t$ -სთვის განსაზღვრავს  $e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}$ -ს წინ, მდგომი  $\frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2}$  კოეფიციენტი, ის კი უარყოფითია, როცა  $2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30} < 0$ , ანუ სამართლიანია (1.3.4), ამ შემთხვევაში  $N_1(t)$  უწყვეტი ფუნქცია იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე, ე.ი. ამ არის რომელიღაც  $t^*$  წერტილში მას გააჩნია ნული.  $t^*$  მოიძებნება განტოლებიდან, რომელიც მიიღება (1.3.5)-ის ნულთან გატოლებით და მას აქვს სახე.

$$t^* = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \ln \left( \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \quad (1.3.6)$$

(1.3.6)-ს აზრი აქვს რადგანაც, როცა სამართლიანია (1.3.4), მაშინ

$$\frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} > 1 \quad (1.3.7)$$

$$t^* = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \ln \left( \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} \right) - \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right) \quad (1.3.8)$$

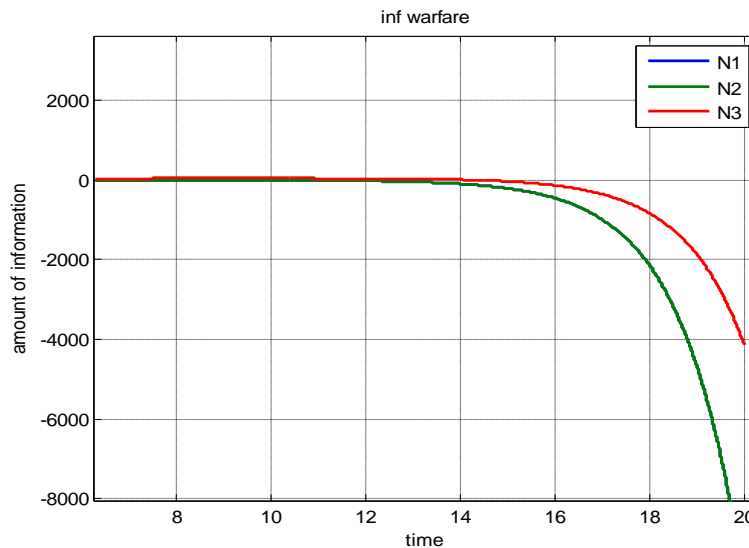
$N_1(t)$ -სთვის მიღებული შედეგი სამართლიანია  $N_2(t)$ -სთვისაც, რადგანაც ისინი ტოლები არიან. ანალოგიური გამოკვლევით დავადგენთ, რომ (1.3.4) პირობებისთვის მესამე მხარეც გადის ნულზე, ოღონდ მოგვიანებით

$$t^{**} = \frac{1}{\sqrt{D}} \ln\left( \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} \right) \quad (1.3.9)$$

იხილე ლისტინგი 1.3.1. და ნახატი 1.3.1.

ლისტინგი 1.3.1

```
%uwyveti ignorireba prevencia d meti%
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=20;
x0=2.5; y0=2.5; z0=39; d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
l1=(alfa+d)/2; l2=(alfa-d)/2; A=(gamma*(x0+y0)-l2*z0)/d; B=(gamma*(x0+y0)-l1*z0)/d;
A1=beta*A/l2; B1=beta*B/l1; qveda=gamma*(x0+y0)/l2;
t=0:0.01:N; z=A*exp(l1*t)-B*exp(l2*t); z1=A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t);
x=((x0-y0)/2)*exp(alfa*t)+z1; y=((y0-x0)/2)*exp(alfa*t)+z1;
plot(t,x,t,y,t,z,'lineWidth',1.7)
title('inf warfare')
xlabel('time')
ylabel('amount of information')
legend('N1','N2','N3')
grid on
```



ნახატი 1.3.1. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; N_{10} = N_{20} = 2.5; N_{30} = 39 \quad N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}$$

ამდენად, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციები პრევენციის რაოდენობას  $N_{30}$  შეარჩევს შენდევნაირად, რომ სრულდება პირობა (1.3.4), მაშინ სამივე  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$

ფუნქცია გადის ნულზე - ანუ ინფორმაციული ომი დასრულდება. (1.3.4) პირობის საწინააღმდეგო შემთხვევაში ინფორმაციული ომი გრძელდება და ძალებს იკრებს, ანუ (1.3.1) - (1.3.3)-დან  $N_1(t), N_2(t), N_3(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ .

$N_{10} > N_{20}$ , თუ კი, ანტაგონისტურ მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ ( $N_{10} \neq N_{20}$ ) და ამასთან პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, მაშინ  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე, მართლაც (1.2.7) გადავწეროთ შემდეგნაირად

$$N_3(t) = \frac{e^{\lambda_2 t}}{\sqrt{D}} \left( (\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - (\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}) \right) \quad (1.3.10)$$

ცხადია, რომ დიდი  $t$ -სთვის  $N_3(t)$ -ის ნიშანს განსაზღვრავს  $e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}$ -ს წინ მყოფი კოეფიციენტი, კერძოდ  $N_3(t)$  უარყოფითია, თუ  $(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) < 0$  ანუ

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (1.3.11)$$

$N_{30}$ -ის ამ (1.3.11) მნიშვნელობებისათვის  $N_3(t)$  იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე დადებითიდან  $N_3(0) = N_{30} > 0$ , უარყოფითზე, ამდენად  $N_3(t)$  უწყვეტ ფუნქციას გააჩნია ნული, რომელიც  $t^{**}$  წერტილში. იგი წარმოადგენს  $N_3(t) = 0$  განტოლების ამოხსნას

$$(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} = \gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30} \quad (1.3.12)$$

(1.3.12)-დან გვაქვს

$$t^{**} = \frac{1}{\sqrt{D}} \ln \left( \frac{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_1 N_{30}}{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_2 N_{30}} \right) \quad (1.3.13)$$

შევნიშნოთ, რომ ლოგარითმქვემა გამოსახულება ერთზე მეტია, როცა  $N_{30}$  აკმაყოფილებს (1.3.11) პირობას.  $\frac{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_1 N_{30}}{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_2 N_{30}} > 1$ .  $N_2(t)$ -ც უტოლდება ნულს  $[0, +\infty)$  არის  $t_1^*$

წერტილში. მართლაც,  $N_2(t)$  უწყვეტი ფუნქცია (1.3.10) იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე -  $N_2(0) = N_{20} > 0$ , ხოლო შესაბამისად დიდი  $t$ -სთვის ის უარყოფითია-

$$N_2(t) = e^{\alpha t} \left( \frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \right) \quad (1.3.14)$$

რადგან ამ შემთხვევაში  $N_2(t)$  - ს ნიშანს განსაზღვრავს (1.3.14) -ის მეორე თანამამრავლის პირველი შესაკრები  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2}$ , რომელიც უარყოფითია, ხოლო ამ თანამამრავლის დანარჩენი წევრები ხდებიან რაგინდ მცირე აბსოლუტური მნიშვნელობით შესაბამისად დიდი  $t$ -ებისათვის.  $t_1^*$  მოიძებნება შემდეგ

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} = 0 \quad (1.3.15)$$

ტრანსცენდენტული განტოლების ამოხსნით.

თუ  $N_{30} > \frac{\alpha N_{20}}{\beta}$ , ანუ  $N_2(t)$ -ს წარმოებული 0 წერტილში უარყოფითია, მაშინ (1.3.1)-ის თანახმად, მეორე მხარე თავიდანვე ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს და მერე  $N_2(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე. ხოლო თუ კი  $N_{30} < \frac{\alpha N_{20}}{\beta}$ , მაშინ მეორე მხარე თავიდან ზრდის ინფორმაციულ შეტევებს, აღწევს მაქსიმუმს, შემდეგ იწყებს ინფორმაციული შეტევის შემცირებას და მერე წყვეტს ინფორმაციულ ომს, გადის ნულზე.  $N_{30} = \frac{\alpha N_{20}}{\beta}$  -ის შემთხვევაში მეორე მხარე თავიდან მუდმივი ინტენსიურობით აწარმოებს ინფორმაციულ შეტევებს და მერე აჩერებს მათ. რაც შეეხება  $N_1(t)$  - პირველ მხარეს, საკმაოდ დიდი  $t$  -ებისათვის იგი დადებითია და მიისწრაფვის  $+\infty$  -სკენ, როცა  $t \rightarrow +\infty$ . მართლაც  $N_1(t)$  -ის ყოფაქცევას, როცა  $t \rightarrow +\infty$  განსაზღვრავს  $e^{\alpha t}$  ფუნქცია და  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2}$  - ის ნიშანი, რომელიც ამ შემთხვევაში დადებითია ეს კარგად ჩანს  $N_1(t)$  -ის შემდეგი ჩანაწერიდან

$$N_1(t) = e^{\alpha t} \left( \frac{N_{10} - N_{20}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \right) \quad (1.3.16)$$

(1.3.16)-ის მეორე თანამამრავლის პირველი შესაკრები  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2}$  დადებითია, ხოლო ამ თანამამრავლის დანარჩენი წევრები ხდებიან რაგინდ მცირე აბსოლუტური მნიშვნელობით შესაბამისად დიდი  $t$ -ებისათვის. მაგრამ თუ კი,  $N_{30}$  -ს შევარჩევთ შესაბამისად, მაშინ  $N_1(t)$ , გადაკვეთს აბსცისას. მართლაც, წარმოვადგინოთ  $N_1(t)$  ორი ფუნქციის ნამრავლად

$$N_1(t) = e^{\lambda_2 t} F(t) \quad (1.3.17)$$

სადაც  $F(t)$  მოიცემა ფორმულით

$$F(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\lambda_2 t} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left[ \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20}) \right) e^{\sqrt{D}t} - \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_1} (N_{10} + N_{20}) \right) \right]$$

თუ  $F(t)$  ფუნქცია გადაკვეთს აბსცისას, მაშინ  $N_1(t)$ -ც გადაკვეთს მას, იმავე წერტილებში, ე.ი. თუ  $F(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნულები, მაშინ (1.3.17)-ის თანახმად, იმავე წერტილებში იქნება  $N_1(t)$  ფუნქციის ნულები. ასე რომ, შეგვიძლია ამ მიმართებით გამოვიკვლიოთ  $F(t)$  და შედეგები გამოვიყენოთ  $N_1(t)$ -სთვის.  $N_1(0) = F(0) = N_{10} > 0$  აღვნიშნოთ

$$A \equiv N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20}) > 0 \quad (1.3.19)$$

$$B \equiv N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_1} (N_{10} + N_{20}) > 0 \quad (1.3.20)$$

შევნიშნოთ, რომ  $B > A$ , მაშინ (1.3.18), (1.3.19), (1.3.20)-ის გათვალისწინებით  $F(t)$  გადავწეროთ შემდეგი სახით,

$$F(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\lambda_1 t} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} [A e^{\sqrt{D}t} - B] \quad (1.3.21)$$

ვიპოვოთ  $F(t)$  -ს სტაციონარული წერტილები  $F'(t) = 0$  განტოლებიდან

$$F'(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} \lambda_1 e^{\lambda_1 t} - \beta A e^{\sqrt{D}t} = 0 \quad (1.3.22)$$

შევკვეცოთ (1.3.22)  $e^{\sqrt{D}t}$  -ზე, მივიღებთ  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2} \lambda_1 e^{\lambda_2 t} - \beta A = 0$  საიდანაც

$$e^{\lambda_2 t} = \frac{2\beta A}{(N_{10} - N_{20})\lambda_1} \quad (1.3.23)$$

(1.3.23) განტოლებას  $t > 0$  -სთვის, აქვს ამონახსნი, როცა მარჯვენა მხარე ერთზე მეტია. ეს კი მოხდება მაშინ, როცა  $2\beta (N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20})) > (N_{10} - N_{20}) \lambda_1$ , ანუ

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} + \frac{N_{10} - N_{20}}{2\beta} \lambda_1 = \bar{N}_{30} \quad (1.3.24)$$

(1.3.23) -ის შემთხვევაში ამონახსნია

$$t_0 = \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{2\beta A}{(N_{10} - N_{20})\lambda_1} \quad (1.3.25)$$

შევისწავლოთ  $F'(t) t_0$  -ის მიდამოში, წარმოვადგინოთ  $F'(t)$  შემდეგნაირად

$$F'(t) = e^{\sqrt{D}t} \frac{N_{10} - N_{20}}{2} \lambda_1 \left( e^{\lambda_2 t} - \frac{2\beta A}{\lambda_1 (N_{10} - N_{20})} \right) \quad (1.3.26)$$

(1.3.26) -ის ყველა თანამამრავლი  $\left( e^{\lambda_2 t} - \frac{2\beta A}{\lambda_1 (N_{10} - N_{20})} \right)$  -ს გარდა დადებითია, ეს ბოლო კი ნიშანცვლადია  $t_0$  -ის მიდამოში:  $t_0$  -ის მარცხნივ იგი უარყოფითია,  $t_0$  -ის მარჯვნივ - დადებითი,  $t_0$  -ში ნულის ტოლია, ე.ი.  $t_0$   $F(t)$  -ს ლოკალური მინიმუმის წერტილია.

**ლემა 2.** არსებობს  $N_{30}$  ისეთი მნიშვნელობები, რომლისთვისაც  $F(t)$  ფუნქცია  $t_0$  - მინიმუმის წერტილში არადადებითია:  $F(t_0) \leq 0$ .

**დამტკიცება.** აღვნიშნოთ  $K \equiv \frac{2\beta}{(N_{10} - N_{20})\lambda_1}$ , მაშინ დიდი  $N_{30}$  -სთვის (1.3.21) -დან

შეიძლება მივიღოთ.

$$F(t_0) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} (KA)^{\lambda_1/\lambda_2} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} [A(KA)^{\sqrt{D}/\lambda_2} - B] \leq 0 \quad (1.3.27)$$

მართლაც, როცა  $N_{30} \gg \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2}$ , მაშინ (1.3.19), (1.3.20)-დან  $A \approx N_{30}$  და  $B \approx N_{30}$ .

$F(t_0)$ -ს (1.3.21)-ის თანახმად აქვს სახე:

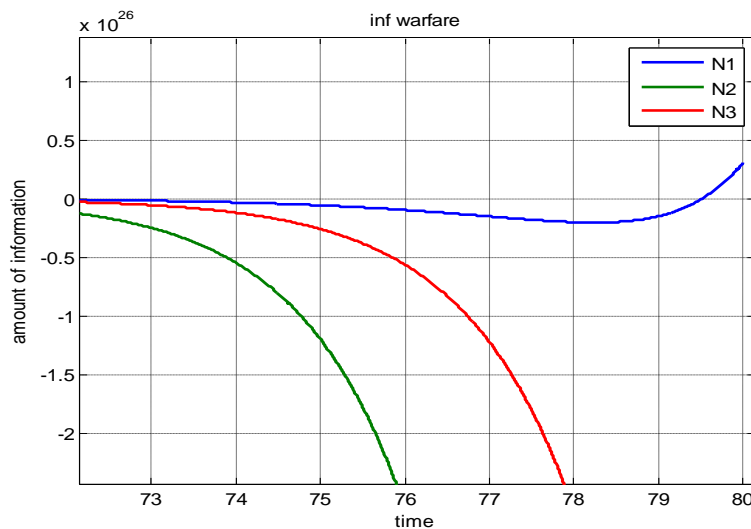
$$F(t_0) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} (K)^{\lambda_1/\lambda_2} (N_{30})^{\lambda_1/\lambda_2} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} N_{30} [(K)^{\sqrt{D}/\lambda_2} (N_{30})^{\sqrt{D}/\lambda_2} - 1],$$

$$F(t_0) = (N_{30})^{\lambda_1/\lambda_2} (K)^{\sqrt{D}/\lambda_2} \left[ \frac{\beta}{\lambda_1} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} + \frac{\beta}{\sqrt{D}} K^{-\frac{\sqrt{D}}{\lambda_2}} (N_{30})^{-\frac{\sqrt{D}}{\lambda_2}} \right],$$

$$F(t_0) = (N_{30})^{\lambda_1/\lambda_2} (K)^{\sqrt{D}/\lambda_2} \beta \left[ -\frac{\lambda_2}{\lambda_1 \sqrt{D}} + \frac{1}{\sqrt{D}} (KN_{30})^{-\frac{\sqrt{D}}{\lambda_2}} \right] \leq 0$$

რადგანაც აქ ყველა თანამამრავლი, ბოლოს გარდა, დადებითია. ბოლო კი არადადებითია დიდი  $N_{30}$ -სთვის. **რ.დ.გ.**

რადგანაც  $F(t) t_0$  წერტილში არადადებითია ლემა 2-ის ძალით, ეს ნიშნავს, რომ ამ წერტილში იგი ან ნულის ტოლია ან უარყოფითია. ეს ნიშნავს, რომ  $N_1(t)$ -ც ხდება ნულის ტოლი ან  $t_0$  წერტილში ან  $t_1$ -ში ( $t_1 < t_0$ ). იხილე ნახატი 1.3.2. ამრიგად, პირველი მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს, ისევე როგორც მეორე და მესამე მხარეები.

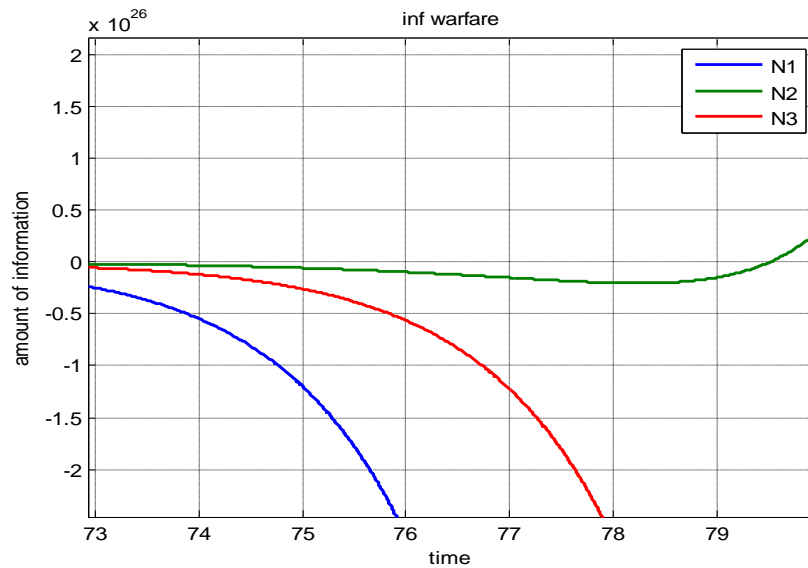


ნახატი 1.3.2. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ ,  $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 2,5$ ;  $N_{20} = 1,5$ ;  $N_{30} = 70$

$N_{10} < N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორე მხარის სასტარტო პირობა მეტია პირველისაზე, მაშინ პირველი და მეორე



მხარეები ცვლიან როლებს, და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ -სთვის. იხილეთ ნახატი 1.3.3.



ნახატი 1.3.3. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ ,  $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 1,5$ ;  $N_{20} = 2,5$ ;  $N_{30} = 70$

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ . აგრესიულობის ინდექსი ჯერ კიდევ საკმაოდ მაღალია.

$N_{10} = N_{20}$ , იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე ერთნაირია და ყველა მხარის ჩართულობა ინფორმაციულ ომში (1.2.11)-(1.2.13) -ის გათვალისწინებით იქნება:

$$N_1(t) = N_2(t) = \left[ N_{10} + \left( \frac{\alpha}{2} N_{10} - \beta N_{30} \right) t \right] e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.3.28)$$

$$N_3(t) = \left[ N_{30} + \left( 2\gamma N_{10} - \frac{\alpha}{2} N_{30} \right) t \right] e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.3.29)$$

სამივე ფუნქცია გადის ნულზე, თუ კი  $t$  -ს წინ კოეფიციენტი არის უარყოფითი, ეს მიიღწევა (1.3.28) -ის შემთხვევაში, როცა

$$N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta} N_{10} \quad (1.3.30)$$

(1.3.29) -ს შემთხვევაში კი, როცა

$$N_{30} > \frac{4\gamma}{\alpha} N_{10} \quad (1.3.31)$$

შევნიშნოთ, რომ (1.3.30) -ის და (1.3.31) -ის მარჯვენა მხარეები ტოლია, როცა  $D = 0$ .

$N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ფუნქციები ნულზე გადაიან  $t^*$ -ში

$$t^* = \frac{N_{10}}{\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} N_{10}} = \frac{N_{10}}{\beta(N_{30} - \frac{\alpha}{2\beta} N_{10})} \quad (1.3.32)$$

ხოლო  $N_3(t)$  გადის ნულზე  $t^{**}$  -ში

$$t^{**} = \frac{N_{10}}{\frac{\alpha}{2} N_{30} - 2\gamma N_{10}} = \frac{N_{30}}{\frac{\alpha}{2}(N_{30} - \frac{\alpha}{2\beta} N_{10})} \quad (1.3.33)$$

ამასთან, ცხადია, რომ (1.3.30) ან (1.3.31) შემთხვევაში  $t^{**} > t^*$ . ამდენად, როცა  $D=0$ ,  $N_{10}=N_{20}$  და  $N_{30} > \frac{4\gamma}{\alpha} N_{10}$ , სამივე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. თუ სრულდება უტოლობა

$$\frac{\alpha}{\beta} N_{10} > N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta} N_{10} \quad (1.3.34)$$

მაშინ, ანტაგონისტური მხარეები ჯერ ავითარებენ, მაგრამ გარკვეული დროის შემდეგ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზეწოლის გამო ამცირებენ და მერე წყვეტენ ინფორმაციულ ომს. თუ უტოლობა (1.3.34) არ სრულდება მარცხენა ნაწილში, ანუ ადგილი აქვს უტოლობას  $N_{30} > \frac{\alpha}{\beta} N_{10}$ , მაშინ ანტაგონისტური მხარეები საერთაშორისო ორგანიზაციების ზეწოლის გამო, თავიდანვე ამცირებენ ინფორმაციული ზემოქმედებას და საბოლოოდ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს. ხოლო თუ უტოლობა (1.3.34) არ სრულდება მარჯვენა ნაწილში, ანუ  $0 < N_{30} < \frac{\alpha}{2\beta} N_{10}$ , მაშინ (1.3.28), (1.3.29)-ის თანახმად, ინფორმაციული ომი ვითარდება:  $N_1(t) \rightarrow +\infty$ ,  $N_2(t) \rightarrow +\infty$ ,  $N_3(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ .

$N_{10} > N_{20}$ , თუ კი, ანტაგონისტურ მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ და ამასთან პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, მაშინ სამივე საძებნი ფუნქცია გადის ნულზე გარკვეულ პირობებში.  $N_3(t)$ -სთვის(1.2.11)-დან გამომდინარე ნულზე გასვლა მიიღწევა, მაშინ, როცა  $t$  -ს წინ კოეფიციენტი იქნება უარყოფითი.

$$N_{30} > \frac{\alpha(N_{10} + N_{20})}{4\beta} \quad (1.3.35)$$

ნული კი მიიღწევა  $t^{**}$  წერტილში

$$t^{**} = \frac{N_{30}}{\frac{\alpha}{2} N_{30} - \gamma(N_{10} + N_{20})} \quad (1.3.36)$$

რაც შეეხება  $N_1(t)$ -ს, იგი დიდი  $t$ -სთვის ხდება რაგინდ დიდი,  $N_{10} > N_{20}$ -ის გათვა-

ლისწინებით . ეს კარგად ჩანს  $N_1(t)$ -ს ჩაწერის შემდეგი სახიდან

$$N_1(t) = \left\{ \frac{N_{10} - N_{20}}{2} + \left[ \frac{N_{10} + N_{20}}{2} + \frac{2\beta}{\alpha} (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30}) t \right] e^{-\frac{\alpha}{2}t} \right\} e^{\alpha t} \quad (1.3.37)$$

(1.3.37)-ის გათვალისწინებით  $e^{\frac{\alpha}{2}t}$  -ზე შეკვეცით ჩავწერთ  $N_1(t)=0$  განტოლებას

$$\left( N_{10} - N_{20} \right) e^{\frac{\alpha}{2}t} = - \left( N_{10} - N_{20} \right) + \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right) t \quad (1.3.38)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$F(t) \equiv \left( N_{10} - N_{20} \right) e^{\frac{\alpha}{2}t} + \left( N_{10} + N_{20} \right) - \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right) t \quad (1.3.39)$$

$N_1(t) = \frac{1}{2} e^{\frac{\alpha}{2}t} F(t)$  , ამიტომ  $F(t)$  -ს ნულები იქნება  $N_1(t)$  -ს ნულებიც.  $F(0) = 2N_{10} > 0$  .

ვიპოვოთ  $F(t)$ -ს სტაციონარული წერტილები:

$$F'(t) = \frac{\alpha}{2} \left( N_{10} - N_{20} \right) e^{\frac{\alpha}{2}t} - \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right) \quad (1.3.2.40)$$

$$F'(0) = -2\beta \left( N_{30} - \frac{\alpha}{2\beta} N_{10} \right) < 0, \text{ როცა}$$

$$N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta} N_{10} \quad (1.3.41)$$

(1.3.41) შემთხვევაში,  $F(t)$ -ს მნიშვნელობის შემცირება იწყება 0 -დანვე. თუ სადამდე, რომელ  $t$ -მდე და  $N_{30}$ -სთვის, მცირდება  $F(t)$  გამოითვლება უტოლობიდან  $F'(t) < 0$

$$1 < e^{\frac{\alpha}{2}t} < \frac{2 \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right)}{\alpha (N_{10} - N_{20})} \quad (1.3.42)$$

ამასთან  $\frac{2 \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right)}{\alpha (N_{10} - N_{20})} > 1$  . (1.3.41)-სთვის  $F(t)$  მცირდება 0 -დან  $t^*$  - მდე, რო-

მელიც არის  $F'(t)=0$  -ის ამონახსნი, ანუ იგი  $F(t)$ -ის ლოკალური მინიმუმის წერტილია

$$t^* = \frac{2}{\alpha} \ln \frac{2 \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right)}{\alpha (N_{10} - N_{20})} \quad (1.3.43)$$

ვიპოვოთ პირობა  $N_{30}$ -სთვის, რომლისათვისაც  $F(t)$  ხდება არადადებითი  $t^*$  -ში-

$$F(t^*) = \frac{4\beta N_{30}}{\alpha} - \left( \frac{4\beta}{\alpha} N_{30} - (N_{10} + N_{20}) \right) \ln \frac{2 \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right)}{\alpha (N_{10} - N_{20})} \leq 0 \quad (1.3.44)$$

$N_{30}$  -ის მიმართ (1.3.44) უტოლობის ამონახსნი ვეძებთ შემდეგნაირად

$$n \frac{\alpha}{4\beta} (N_{10} + N_{20}) = N_{30}^* \text{ და შევარჩიოთ } n \text{ ისეთი, რომ } F(t^*) \leq 0$$

$$\begin{aligned} F(t^*) &= n(N_{10} + N_{20}) - (N_{10} + N_{20})(n-1) \ln \frac{(n-1)(N_{10} + N_{20})}{N_{10} - N_{20}} = \\ &= (N_{10} + N_{20}) \left[ n - (n-1) \ln \frac{(n-1)(N_{10} + N_{20})}{N_{10} - N_{20}} \right] < (N_{10} + N_{20}) [n - (n-1) \ln(n-1)] < 0 \end{aligned}$$

ეს ბოლო უტოლობა  $n > 1$  -თვის სამართლიანია, თუ კი  $n - (n-1) \ln(n-1) < 0$ ;

$G(n) \equiv n - (n-1) \ln(n-1)$ ;  $G(n) \rightarrow 1$  როცა  $n \rightarrow 1+$ ;  $G'(n) < 0$ , როცა  $n > 2$ ;  $G'(n) > 0$ , როცა

$1 < n < 2$  და  $G'(n) = 0$  როცა  $n = 2$ . ანუ  $n = 2$  არის ლოკალური მინიმუმის წერტილი, ხოლო

$G(n^*) = 0$ , სადაც  $G(4) > 0$ ,  $G(5) < 0$ ,  $4 < n^* < 5$ , ამრიგად როცა  $N_{30} \geq n^* \frac{\alpha}{4\beta} (N_{10} + N_{20})$   $N_1(t)$

ფუნქციას გააჩნია ნული. რაც შეეხება  $N_2(t)$ -ს იგი ნებისმიერი  $N_{30}$  -თვის დიდი  $t$

თვის მიისწრაფის  $-\infty$ -სკენ და ამიტომ მისი ნული  $t^*$  მოიძებნება შემდეგი ტრანსცენდენტული განტოლების ამოხსნით

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \left[ \frac{N_{10} + N_{20}}{2} + \frac{2\beta}{\alpha} (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30}) t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} = 0$$

$N_{10} < N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და მეორე მხარის სასტარტო პირობა მეტია პირველისაზე, მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ -სთვის.

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$$

$N_{10} = N_{20}$ , თუ ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე შედეგიანია. ამ შემთხვევაში ფუნქციები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ , (1.2.15) და (1.2.16) თანახმად მიიღებენ სახეს

$$N_3(t) = \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(4\gamma N_{10} - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2} t} \sin \left( \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta \right) \quad (1.3.45)$$

$$\theta = \arctg \frac{N_{30} \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{4\gamma N_{10} - \alpha N_{30}}.$$

$$N_1(t) = N_2(t) = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(4\gamma N_{10} - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2} t} \sin \left( \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta + \varphi \right) \quad (1.3.46)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha}.$$

ბუნებრივია, რომ  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ფუნქციები ნულზე გადაიან  $t^*$  -ში

$$t^* = \frac{2(\pi - \varphi - \theta)}{\sqrt{-D}} \quad (1.3.47)$$

ხოლო  $N_3(t)$   $t^{**}$  -ში, რომელიც მეტია  $t^*$  -ზე

$$t^{**} = \frac{2(\pi - \theta)}{\sqrt{-D}} \quad (1.3.48)$$

და ინფორმაციული ომი წყდება.

$N_{10} > N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, მაშინ  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე  $t^*$  (1.3.48), ხოლო  $N_2(t) \rightarrow -\infty$  როცა  $t \rightarrow +\infty$ , ამიტომ  $N_2(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნული  $t^*$ , რომელიც მოიძებნება განტოლებიდან  $N_2(t^*)=0$ , სადაც  $N_2(t)$  -ს აქვს (1.2.16) სახე. რაც შეეხება  $N_1(t)$ -ს,  $N_1(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ , მაგრამ  $N_{30}$ -ის შერჩევით  $N_1(t)$  შეიძლება გავიდეს ნულზე. მართლაც

$$\sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \theta + \varphi\right) = -\left(\frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\frac{\alpha}{2}t}\right) / \left(\sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}\right) \quad (1.3.49)$$

(1.3.49)-დან  $N_1(t)$ -ს ნულის არსებობის პირობას მივყავართ შემდეგ უტოლობამდე

$$-1 \leq -\frac{(N_{10} - N_{20}) e^{\frac{\alpha}{2}t}}{2\sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}} \leq 1$$

$$0 \leq \frac{(N_{10} - N_{20}) e^{\frac{\alpha}{2}t}}{\sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}} \leq 2$$

$$e^{\frac{\alpha}{2}t} \leq \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{N_{10} - N_{20}}$$

$$t \leq \frac{2}{\alpha} \ln \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{N_{10} - N_{20}}$$

(1.3.49) -ის ამოხსნა  $t$  -სთვის ხდება დიდი  $N_{30}$  და დიდი  $\gamma$  -სთვის.

$N_{10} < N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები

და მეორე მხარის სასტარტო პირობა მეტია პირველისაზე, მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ -სთვის.

ანალიზი გვიჩვენებს, რომ  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  და  $N_3(t)$  ნულზე გადიან შესაბამისი  $N_{30}$  და  $\gamma$  შერჩევით. თუ კი პრევენციას არ აქვს ადგილი, სამივე საძებნი ფუნქციის ნულზე გასვლა შესაძლებელია, მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა  $D < 0$ . ამ შემთხვევაში, ნულზე გასვლა მიიღწევა  $\gamma$ -ს გაზრდით, მაშინაც, როცა ინფორმაციული ომი იწყება სხვადასხვა სასტარტო პირობებში. საერთაშორისო ორგანიზაციები ვერ აქრობენ ინფორმაციულ ომს, ანუ  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ფუნქციები არ გადიან ნულზე, როცა  $D \geq 0$ , და არ არსებობს პრევენციული ქმედებები მათი მხრიდან.

## თავი II. ინფორმაციული ომისწრფივი დისკრეტული მათემატიკური მოდელები

ინფორმაციულ ომში ჩართული სამივე მხარე დასახული მიზნის მისაღწევად ხშირ შემთხვევაში დროის მხოლოდ გარკვეულ მომენტებში ავრცელებს სათანადო ინფორმაციას. დროის დისკრეტულ მომენტში  $n$ ,  $n=0,1,2,\dots$  თითოეული მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა აღვნიშნოთ შესაბამისად  $x_n, y_n, z_n$ . ინფორმაციის რაოდენობა დროის ერთეულში განისაზღვრება როგორც ჯამი ყველა იმ მაპროვოცირებელი, თუ დასამშვიდებელი ინფორმაციებისა, რომლებსაც ავრცელებენ მხარეები მასობრივი ინფორმაციის ყველა საშუალებით. შევთანხმდეთ, რომ ყოველი მხარე, დასახული მიზნის მისაღწევად ეყრდნობა პიარტექნოლოგიის ცნობილ ფორმულას - შესაბამისი ინფორმაციის გავრცელების ინტენსივობა ზრდის მისი ზემოქმედების ეფექტურობას.

პოპულაციის დინამიკის, საომარი მოქმედებების ლანჩესტერის მათემატიკური მოდელების [5;7;8;13;28] ანალიზმა და მათი ანალოგების გამოყენებამ სოციალურ მეცნიერებებში მიგვიყვანა ინფორმაციული ომის ზოგად წრფივ დისკრეტულ მათემატიკურ მოდელებამდე:

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha_1 x_n + \alpha_2 y_n - \alpha_3 z_n \\ y_{n+1} - y_n = \beta_1 x_n + \beta_2 y_n - \beta_3 z_n \\ z_{n+1} - z_n = \gamma_1 x_n + \gamma_2 y_n + \gamma_3 z_n \end{cases} \quad (2.1)$$

საწყისი მნიშვნელობით

$$x_n|_{n=0} = x_0, \quad y_n|_{n=0} = y_0, \quad z_n|_{n=0} = z_0, \quad (2.2)$$

სადაც  $\alpha_1, \alpha_3, \beta_2, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2 > 0$ ,  $\gamma_3 \geq 0$ ,  $\alpha_2, \beta_1$  - მუდმივი კოეფიციენტებია. ეს კოეფიციენტები წარმოადგენენ მოდელის მუდმივებს. ამასთან  $\alpha_1, \beta_2$  დაკავშირებული არიან შესაბამისად პირველი და მეორე მხარეების მაპროვოცირებადი განცხადებების ზრდასთან მესამე მხარის არ არსებობის შემთხვევაში. ინფორმაციული ომის ზოგად წრფივ დისკრეტულ მათემატიკურ მოდელში (2.1) პირველი და მეორე მხარეების მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობის ცვლილება წრფივადაა დაკავშირებული ანტაგონისტურ და მშვიდობისმყოფელ მხარეთა მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობაზე.

მშვიდობისმყოფელი მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობის ცვლილება წრფივადაა დაკავშირებულია სამივე მხარის მიერ გავრცელებული ინფორ-

მაციის რაოდენობაზე. საწყისი მნიშვნელობაში (2.2)  $x_0, y_0, z_0$ , არაუარყოფითი სიდიდეებია, ამასთან: a) თუ  $x_0 > 0, y_0 > 0$ , მაშინ ორივე მხარეა ინფორმაციული ომის ინიციატორი. b) თუ  $x_0 > 0, y_0 = 0$ , მაშინ პირველი მხარეა ინფორმაციული ომის ინიციატორი. c) თუ  $x_0 = 0, y_0 > 0$ , მაშინ მეორე მხარეა ინფორმაციული ომის ინიციატორი.

მესამე მხარე თავიდან არ ავრცელებს არანაირ ინფორმაციას (არაპრევენციული მოდელი  $z_0 = 0$ ) ან აკეთებს პრევენციისთვის დამახასიათებელ მშვიდობისმყოფელ განცხადებებს ( $z_0 > 0$ ) და შემდეგ იწყებს რეაგირებას ანტაგონისტურ მხარეთა მიერ გავრცელებულ განცხადებებზე.

## §2.1. მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი

ანტაგონისტურ მხარეებს, რომლებიც ერთნაირი ინტენსიურობით ეწევიან ინფორმაციულ ომს, შეუძლიათ იგნორირება გაუკეთონ მოწინააღმდეგე მხარის გავრცელებულ ინფორმაციას, მაგრამ ამასთან ერთნაირად ყურად იღებენ მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მოწოდებებს. ამ შემთხვევაში ინფორმაციული ომის ზოგადი წრფივი დისკრეტული მათემატიკური მოდელიდან (2.1) მიიღება მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელი. ამ შემთხვევაში, ინფორმაციული ომის ზოგად წრფივ დისკრეტულ მათემატიკური მოდელში (2.1) ზოგიერთი კოეფიციენტი შეიძლება ჩავთვალოთ ნულის ტოლი. კერძოდ,  $\alpha_2$  და  $\beta_1$  ნულის ტოლია. ჩავთვალოთ ასევე, რომ  $\gamma_3 = 0$ , და ამასთან მესამე მხარე ერთნაირად რეაგირებს ანტაგონისტურ მხარეების მიერ გავრცელებულ ინფორმაციებზე. ამდენად ჩავთვალოთ  $\alpha_1 = \beta_2 = \alpha, \alpha_3 = \beta_3 = \beta, \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ .

მაშინ სისტემა (2.1) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha x_n - \beta z_n \\ y_{n+1} - y_n = \alpha y_n - \beta z_n \\ z_{n+1} - z_n = \gamma(x_n + y_n) \end{cases} \quad (2.1.1)$$

სადაც

$$x_0, y_0, z_0, z_n \Big|_{n=1} = z_1, \quad z_1 = \gamma(x_0 + y_0) \quad (2.1.2)$$

მხარეთა მიერ დროის საწყის მომენტში გავრცელებული ინფორმაციებია.  $z_0 = 0$  -ისთვის გვაქვს არაპრევენციული შემთხვევა. ამოვხსნათ (2.1.1) სისტემა (2.1.2) საწყისი პირობებით სადაც შევკრიბოთ (2.1.1) სისტემის პირველი ორი განტოლება და მესამის გათვალისწინებით მივიღებთ მეორე რიგის სხვაობიან განტოლებას.

$$z_{n+2} - (\alpha + 2)z_{n+1} + (\alpha + 2\beta\gamma + 1)z_n = 0 \quad (2.1.3)$$

სადაც საწყისი მნიშვნელობებია



$$z_0; \quad z_1 = z_0 + \gamma(x_0 + y_0) \quad (2.1.4)$$

(2.1.3) განტოლებისთვის შევადგინოთ მეორე რიგის მახასიათებელი პოლინომი -

$$\lambda^2 - (\alpha + 2)\lambda + (\alpha + 2\beta\gamma + 1) = 0 \quad (2.1.5)$$

(2.1.5) მახასიათებელი განტოლების ფესვებია:

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + 2 + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}; \quad \lambda_2 = \frac{\alpha + 2 - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} \quad (2.1.6)$$

(2.1.5) მახასიათებელი განტოლების (2.1.6) ფესვებზეა დამოკიდებული (2.1.3) სხვაობიანი განტოლების ამონახსნები.

1)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , ამ შემთხვევაში სხვაობიანი განტოლების ამონახსნებს აქვს შემდეგი სახე

$$z_n = \frac{z_0(1 - \lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \lambda_1^n + \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \lambda_2^n \quad (2.1.7)$$

ჩავსვამთ რა (2.1.7)-ს (2.1.1) სისტემის პირველ განტოლებაში, გვაქვს

$$x_{n+1} = (\alpha + 1)x_n - \beta \frac{z_0(1 - \lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \lambda_1^n - \beta \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \lambda_2^n \quad .8)$$

ჩავწეროთ სხვაობიანი განტოლების ამონახსნი (2.1.8) შემდეგი სახით:

$$x_n = (\alpha + 1)^n x_0 - \beta \frac{z_0(1 - \lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \cdot \frac{(\alpha + 1)^n - \lambda_1^n}{\alpha + 1 - \lambda_1} - \beta \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \cdot \frac{(\alpha + 1)^n - \lambda_2^n}{\alpha + 1 - \lambda_2} \quad (2.1.9)$$

ანალოგიურად მოვიქცეთ (2.2.1) სისტემის მეორე განტოლებისთვის, შედეგად მივიღებთ ამონახსნას  $y_n$  -ის მიმართ

$$y_n = (\alpha + 1)^n y_0 - \beta \frac{z_0(1 - \lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \cdot \frac{(\alpha + 1)^n - \lambda_1^n}{\alpha + 1 - \lambda_1} - \beta \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \cdot \frac{(\alpha + 1)^n - \lambda_2^n}{\alpha + 1 - \lambda_2} \quad (2.1.10)$$

აღვნიშნოთ

$$A \equiv \frac{z_0(1 - \lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}}; \quad B \equiv \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}}; \quad (2.1.11)$$

$$A_1 \equiv \frac{\beta A}{(\alpha + 1 - \lambda_1)}; \quad B_1 \equiv \frac{\beta B}{(\alpha + 1 - \lambda_2)}$$

მაშინ (2.1.7), (2.1.9) და (2.1.10) ჩაიწერება შესაბამისად

$$z_n = A\lambda_1^n + B\lambda_2^n \quad (2.1.12)$$

$$x_n = (x_0 - A_1 - B_1)(\alpha + 1)^n + A_1\lambda_1^n + B_1\lambda_2^n \quad (2.1.13)$$

$$y_n = (y_0 - A_1 - B_1)(\alpha + 1)^n + A_1\lambda_1^n + B_1\lambda_2^n \quad (2.1.14)$$

2)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ . ამ შემთხვევაში მახასიათებელ განტოლებას ერთი ორჯერადი ფესვი აქვს  $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{\alpha+2}{2}$ . მაშინ (2.1.3) სხვაობიან განტოლებას (2.1.4) საწყისი პირობე-  
ბით აქვს შემდეგი სახე

$$z_n = z_0 \left( \frac{\alpha+2}{2} \right)^n + \left( \gamma(x_0 + y_0) - \frac{\alpha}{2} z_0 \right) n \left( \frac{\alpha+2}{2} \right)^{n-1} \quad (2.1.15)$$

ჩავსვათ (2.1.15) (2.1.1) სისტემის პირველ განტოლებაში და მიღებული სხვაობიანი განტოლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$x_{n+1} = (\alpha+1)x_n + \left( \frac{\alpha+2}{2} \right)^{n-1} \left[ -\beta \left( \gamma(x_0 + y_0) - \frac{\alpha}{2} z_0 \right) n - \beta z_0 \left( \frac{\alpha+2}{2} \right) \right] \quad (2.1.16)$$

(2.1.16) სხვაობიანი განტოლების კერძო ამონახსნი ვეძებთ განუსაზღვრელი კოეფიციენტის მეთოდით. ვთქვათ, მას აქვს შემდეგი სახე

$$x_n^{(p)} = \left( \frac{\alpha+2}{2} \right)^{n-1} [C_1 n + C_2] \quad (2.1.17)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განუსაზღვრელი კოეფიციენტები მოიძებნება მას შემდეგ რაც (2.1.17) ჩაისმება (2.1.16)-ში.

$$x_n^{(p)} = \left( \frac{\alpha+2}{2} \right)^{n-1} \left[ \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) n + \frac{1}{4} (\alpha+2)(x_0 + y_0) \right] \quad (2.1.18)$$

(2.1.16)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების ზოგად ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე

$$x_n^{(c)} = C(\alpha+1)^n \quad (2.1.19)$$

(2.1.16) სხვაობიანი განტოლების ამონახსნა არის ჯამი (2.1.18) კერძო და (2.1.19), (2.1.16)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების ზოგადი ამონახსნისა. ამ ჯამიდან  $n=0$  -სთვის განვსაზღვრავთ  $C$  -ს მნიშვნელობას და ჩავწერთ ამონახსნს:

$$x_n = \frac{x_0 - y_0}{2} (1+\alpha)^n + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) n \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} + \frac{x_0 + y_0}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^n \quad (2.1.20)$$

(2.1.1) სისტემის მეორე განტოლებისთვისაც ანალოგიურად ვიქცევით და მეორე უცნობის  $y_n$  მნიშვნელობას ვიპოვით სიმეტრიულის  $x_0$  და  $y_0$ -ების მიმართ (2.1.20) -ში

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2} (1+\alpha)^n + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) n \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} + \frac{x_0 + y_0}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^n \quad (2.1.21)$$

3)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ , ამ შემთხვევაში (2.1.5) მახასიათებელ განტოლებას აქვს კომპლექსური ფესვები და (2.1.3) სხვაობიანი განტოლების ამონახსნს, (2.1.4) საწყისი პირობით გათვალისწინებით, აქვს სახე:

$$z_n = (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi) \quad (2.1.22)$$

სადაც

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha + 2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{z_0 \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0} \quad (2.1.23)$$

ჩავსვათ (2.1.22) (2.1.1) სისტემის პირველ განტოლებაში და მიღებული სხვაობიანი განტოლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$x_{n+1} = (\alpha + 1)x_n - \beta(\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi) \quad (2.1.24)$$

(2.1.24) სხვაობიანი განტოლების კერძო ამონახსნი ვეძებთ განუსაზღვრელი კოეფიციენტების მეთოდით. ვთქვათ მას აქვს შემდეგი სახე

$$x_n^{(p)} = (C_1 \sin(n\theta + \varphi) + C_2 \cos(n\theta + \varphi))(\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.25)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განუსაზღვრელი კოეფიციენტები მოიძებნება მას შემდეგ რაც (2.1.25) ჩაისმება (2.1.24)-ში.

$$x_n^{(p)} = \frac{\sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{4\gamma} \left( \alpha \sin(n\theta + \varphi) + \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2} \cos(n\theta + \varphi) \right) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.26)$$

(2.1.24)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების ზოგად ამოხსნას აქვს შემდეგი სახე

$$x_n^{(c)} = C(\alpha + 1)^n \quad (2.1.27)$$

(2.1.24) სხვაობიანი განტოლების ამოხსნა არის ჯამი (2.1.26) კერძო და (2.1.27), (2.1.24)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების ზოგად ამოხსნისა. ამ ჯამს ჩავსვამთ (2.1.24)-ში და ვიპოვიტ  $C$ -ს მნიშვნელობას და ჩავწეროთ ამონახსნს:

$$x_n = \frac{x_0 - y_0}{2} (1 + \alpha)^n + \frac{\sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{4\gamma} \left( \alpha \sin(n\theta + \varphi) + \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2} \cos(n\theta + \varphi) \right) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.28)$$

(2.1.1) სისტემის მეორე განტოლებისთვისაც ანალოგიურად ვიქცევით და მეორე უცნობის  $y_n$  მნიშვნელობას ვიპოვიტ, რომელიც სიმეტრიულია  $x_0$  და  $y_0$ -ის მიმართ (2.1.28)-ში

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2} (1 + \alpha)^n + \frac{\sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{4\gamma} \left( \alpha \sin(n\theta + \varphi) + \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2} \cos(n\theta + \varphi) \right) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}}$$

(2.1.29)

გადავწეროთ (2.2.28) და (2.2.29) ამონახსნები შემდეგნაირად:

$$x_n = \frac{x_0 - y_0}{2}(1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega)(\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.30)$$

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2}(1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega)(\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.31)$$

სადაც

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha} \quad (2.1.32)$$

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , სთვის როცა არ არის პრევენცია  $z_0 = 0$ , გარდაქმნების შემდეგ (2.1.11)-ის გათვალისწინებით, (2.1.12)-(2.1.14) მიიღებენ სახეს:

$$z_n = \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}}(\lambda_1^n - \lambda_2^n) \quad (2.1.33)$$

$$x_n = \frac{x_0 - y_0}{2}(1 + \alpha)^n + \frac{2\beta\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} - \frac{\lambda_2^n}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \quad (2.1.34)$$

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2}(1 + \alpha)^n + \frac{2\beta\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} - \frac{\lambda_2^n}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \quad (2.1.35)$$

$x_0 = y_0$ , ამ შემთხვევაში, როცა დაპირისპირებულმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარ სასტარტო პირობებში, (2.1.33)-(2.1.35) მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$z_n = \frac{2\gamma x_0}{\sqrt{D}}(\lambda_1^n - \lambda_2^n) \quad (2.1.36)$$

$$x_n = \frac{4\beta\gamma x_0}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} - \frac{\lambda_2^n}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \quad (2.1.37)$$

$$y_n = \frac{4\beta\gamma x_0}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} - \frac{\lambda_2^n}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \quad (2.1.38)$$

შევნიშნოთ, რომ დადებით რიცხვთა მიმდევრობა  $z_n (n = 1, 2, 3, \dots)$  (2.1.36)-დან მიისწრაფვის პლუს უსასრულობისკენ, როცა  $n \rightarrow \infty$ . მართლაც გადავწეროთ (2.1.36) ორი მიმდევრობის ნამრავლის სახით

$$z_n = \frac{2\gamma x_0}{\sqrt{D}} \lambda_1^n \left[ 1 - \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right] > 0 \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.1.39)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ

$$1 < \lambda_2 < \lambda_1 < 1 + \alpha \quad (2.1.40)$$

პირველი მიმდევრობა მიისწრაფვის პლუს უსასრულობისკენ, ხოლო მეორე კი სასრული რიცხვისკენ, გამომდინარეობს, რომ  $z_n \rightarrow \infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ეხლა გადავწეროთ  $x_n > 0$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  მიმდევრობა (2.1.37) ორი მიმდევრობის ნამრავლის სახით

$$x_n = \frac{4\beta\gamma x_0}{\sqrt{D}} \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} \left( 1 - \frac{\alpha - \sqrt{D}}{\alpha + \sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right) \quad (2.1.41)$$

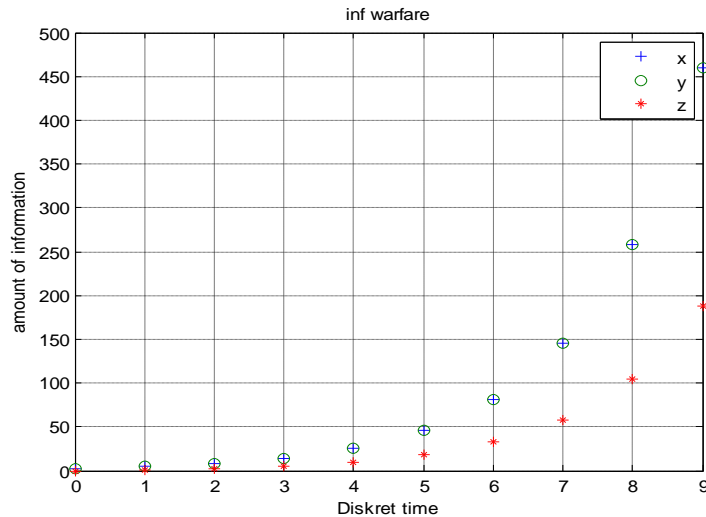
(2.1.37)-დან ორმაგი უტოლების:  $0 < \alpha - \sqrt{D} < \alpha + \sqrt{D}$  - ის გათვალისწინებით გამომდინარეობს, რომ პირველი მიმდევრობა მიისწრაფის პლიუს უსასრულობისკენ, ხოლო მეორე კი სასრული რიცხვისკენ, აქედან კი ვასკვნით, რომ  $x_n \rightarrow \infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ანალოგიური მსჯელობით (2.1.38) -ის მიმართ, მივიღებთ რომ,  $y_n \rightarrow \infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ .

ამდენად, ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში, როცა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  და არის ანტაგონისტურ მხარეთა თანაბარი სასტარტო პირობები ( $x_0 = y_0$ ) ეს დაპირისპირებული მხარეები აძლიერებენ აქტივობას. მიმდევრობები  $x_n, y_n, z_n$  მონოტონურად იზრდება პლუს უსასრულობისკენ ე.ი. ინფორმაციული ომი არ წყდება, პირიქით, სულ უფრო იზრდება, მწვავედება. იხილე ლისტინგი 2.1.1, ნახატი 2.1.1.

```

ლისტინგი 2.1.1. alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=9; x0=2.5; y0=2.5;
d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma); l1=(alfa+2+d)/2; l2=(alfa+2-d)/2; n=0:N; z1=gamma*(x0+y0);
z=z1*(l1.^n-l2.^n)/d; k=l1.^n/(alfa-d)-l2.^n/(alfa+d);
x=((x0-y0)*(1+alfa).^n)/2+2*beta*gamma*(x0+y0)*k/d;
y=((y0-x0)*(1+alfa).^n)/2+2*beta*gamma*(x0+y0)*k/d; plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*')
title('inf warfare') xlabel('Diskret time') ylabel('amount of information')
legend('x','y','z') grid on

```



ნახატი 2.1.2. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 0,16; \quad x_0 = y_0 = 2,5$$

$x_0 > y_0$ . თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე, მაშინ მიმდევრობა (2.1.34) დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავი. (2.1.34) გამოსახულების მარჯვენა მხარის მეორე წევრი (2.1.33) -ის მსგავსი ჩვენ უკვე გამოვიკვლიეთ ზემოთ და იგი დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავია, მას ემატება მიმდევრობება

$\frac{x_0 - y_0}{2}(1 + \alpha)^n$  - დადებითი, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრავი. ე.ი.  $x_n$  მიმდევრობა დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავია. რაც შეეხება მიმდევრობას  $y_n$ , ის  $n = 0$ -სთვის არის  $y_0$  - დადებითია, მიმდევრობის შემდეგი წევრი  $y_1 = y_0(1 + \alpha)$  წინაზე მეტია, ე.ი. მიმდევრობა იწყებს ზრდას, მაგრამ როცა  $n \rightarrow \infty$ ,  $y_n \rightarrow -\infty$ . მართლაც გადავწეროთ (2.1.35) შემდეგნაირად:

$$y_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \frac{2\beta\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}(\alpha - \sqrt{D})} \cdot \left( \frac{\lambda_1}{1 + \alpha} \right)^n \left( 1 - \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \frac{\alpha - \sqrt{D}}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \right) \quad (2.1.42)$$

$y_n$  მიმდევრობის წევრის ნიშანს განსაზღვრავს (2.1.42) გამოსახულების მეორე თანამამრავლის ნიშანი, რადგან ეს თანამამრავლი პირველისგან განსხვავებით, რომელიც მუდამ დადებითია და მიისწრაფის პლუს უსასრულობისკენ, იცვლის ნიშანს დადებითიდან უარყოფითზე. ეს ფაქტი გამომდინარეობს იქიდან, რომ  $0 < \frac{\lambda_1}{1 + \alpha} < 1$ , და ამის გამო მეორე თანამამრავლის მეორე შესაკრები ხდება რაგინდ მცირე დიდი  $n$ -სთვის. ამდენად, დადგება მომენტი, როცა ნატურალური რიცხვისთვის  $n_*$ ,  $y_n$  ჯერ კიდევ

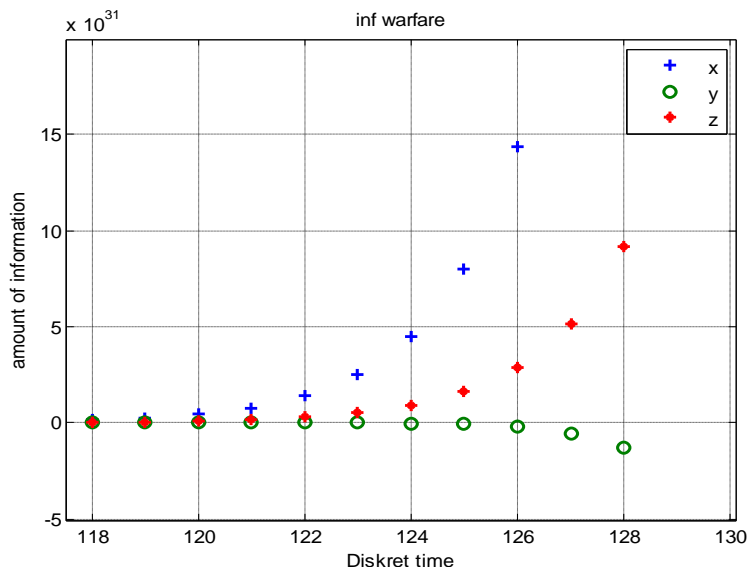
დადებითია, ხოლო  $n_* + 1$  -სთვის კი უკვე უარყოფითია. თუნცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $y_n$  შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_*$  ნატურალური რიცხვისთვის. ასეთი  $n_*$  აქ და შემდგომშიც, ჩაითვლება მხარეთა ნულზე გასვლად და იგი უნდა ვეძებოთ, როგორც მოდელის ერთ-ერთი ამონახსნი.  $n_*$ -ის მნიშვნელობა განისაზღვრება როცა მას მივანიჭებთ  $x_*$  -ის მთელ ნაწილს, რომელიც არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$\frac{y_0 - x_0}{2} + \frac{2\beta\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}(\alpha - \sqrt{D})} \left( \frac{\lambda_1}{1 + \alpha} \right)^x \left( 1 - \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^x \frac{\alpha - \sqrt{D}}{\alpha + \sqrt{D}} \right) = 0 \quad (2.1.43)$$

შევნიშნოთ, რომ  $z_n$  მიმდევრობა მიისწრაფის პლიუს უსასრულობისკენ, როცა  $n \rightarrow \infty$ . რადგანაც

$$z_n = \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} (\lambda_1^n - \lambda_2^n) \quad (2.1.44)$$

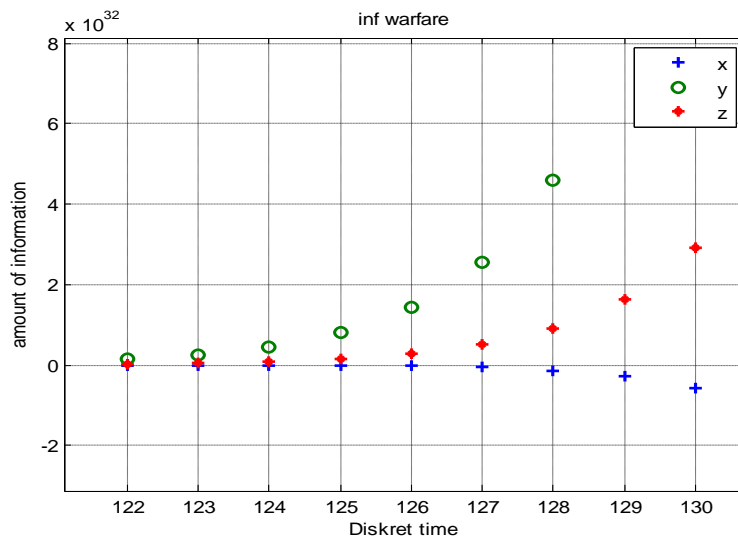
გამოიკვლევა ისევე როგორც ეს გაკეთდა ზემოთ. ანუ პირველი მხარე ზრდის ინფორმაციულ შეტევებს, მეორე თავიდან ასევე იწყებს ინფორმაციული შეტევების გაზრდას, მაგრამ, მიაღწევს რა გარკვეულ მაქსიმუმს, იწყებს მათ შემცირებას, ხოლო დროთა განმავლობაში კი მათ სრულად ასრულებს. ხოლო რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს - მესამე მხარეს, ის სულ უფრო ზრდის სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობას, მაგრამ ახდენს ზემოქმედებას მხოლოდ მეორე მხარეზე, პირველზე კი ვერა. იხილე ნახატი 2.1.2 .



ნახატი 2.1.2 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$  , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 > y_0$   $x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5$

$x_0 < y_0$  . თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქე-

დან პირველი მხარის სასტარტო პირობები ნაკლებია მეორის სასტარტო პირობაზე, ანუ  $x_0 < y_0$ , მაშინ მხარეები ცვლიან როლებს და მივიღებთ წინა პუნქტის სიმეტრიულ რეზულტატებს, - აქ უკვე მეორე მხარე აძლიერებს ინფორმაციულ შეტევებს. რაც შეეხება პირველ მხარეს, თავიდან ის ასევე იწყებს ინფორმაციულ შეტევების გაზრდას, მაგრამ, მიაღწევს რა გარკვეულ მაქსიმუმს, იწყებს მათ შემცირებას, ხოლო დროთა განმავლობაში კი სრულად ასრულებს მათ. ხოლო რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს - მესამე მხარეს, ის სულ უფრო ზრდის სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობას, მაგრამ ახდენს ზემოქმედებას მხოლოდ პირველ მხარეზე, მეორეზე კი ვერა,  $z_n$  მიისწრაფის პლუს უსასრულობისკენ როცა  $n \rightarrow \infty$ . იხილე ნახატი 2.1.3.



ნახატი 2.1.3 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორეზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 < y_0$   $x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5$

ამდენად მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ), შეუძლია მხოლოდ ნაწილობრივ მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე. კერძოდ იგი ზემოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეზე, თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარ საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ). ამასთან მესამე მხარე ზემოქმედებს იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის სასტარტო პირობები უფრო "სუსტია", ანუ მცირე. და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა თავდაპირველად აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, შემდეგ კი ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს, ბოლოს კი სრულიად წყვეტს მათ. იმ შემთხვევაში კი, როცა ანტაგონისტურ მხარეებს თანაბარი სასტარტო პირობები ( $x_0 = y_0$ ) აქვთ, მაშინ ორივე დაპირისპირებული მხარე აძლიერებს აქტივობას, ე.ი. ინფორმაციული ომი არ წყდება, პირიქით, სულ უფრო იზრდება, მწვავდება, მიუხედავად იმისა, რომ მესამე მხარეც ზრდის თავის აქტივობას.



$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსი ( $\alpha$ ) ჯერ კიდევ დიდია და ადგილი აქვს ანალოგიებს  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევაში. ვანახოთ, რომ ეს ასეა.

$x_0 = y_0$  . ამ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა არ მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ) , მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე უშედეგოა - ეს უკანასკნელები აძლიერებან ინფორმაციულ შეტევებს, მიუხედავად იმისა, რომ მესამე მხარეც ზრდის თავის სამშვიდობო აქტიურობას, რადგანაც (2.1.20), (2.1.21), (2.1.15) - დან მივიღებთ  $x_n, y_n, z_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$  . მართლაც, გადავწეროთ (2.1.15), (2.1.20), (2.1.21) შემდეგი სახით:

$$z_n = 2\gamma x_0 n \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^{n-1} \quad (2.1.45)$$

$$x_n = \frac{4\beta\gamma x_0}{\alpha} n \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} + x_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^n \quad (2.1.46)$$

$$y_n = \frac{4\beta\gamma x_0}{\alpha} n \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} + x_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^n \quad (2.1.47)$$

ეხლა უკვე (2.1.45),(2.1.46),(2.1.47)-დან ადვილად დასანახია, რომ მიმდევრობები  $x_n$  ,  $y_n$  ,  $z_n$  ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრავი არიან, ე.ი.  $x_n, y_n, z_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$  და ამდენად ინფორმაციული ომი არ წყდება, პირიქით უფრო ღვივდება. იხილე ლისტინგი 2.1.2, ნახატი 2.1.4 .

ლისტინგი 2.1.2

alfa=0.8; beta=0.05; gamma=1.6; N=10;

x0=2.5; y0=2.5; d=1+alfa/2;

n=0:N; z1=gamma\*(x0+y0); z2=d.^n/d; z3=n.\*z2; z=z1\*z3;

x=((x0-y0)\*(1+alfa).^n)/2+((2\*beta\*gamma/alfa)\*(x0+y0))\*z3+(z1/(2\*gamma))\*z2\*d;

y=((y0-x0)\*(1+alfa).^n)/2+((2\*beta\*gamma/alfa)\*(x0+y0))\*z3+(z1/(2\*gamma))\*z2\*d;

plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '\*', 'LineWidth',1.2)

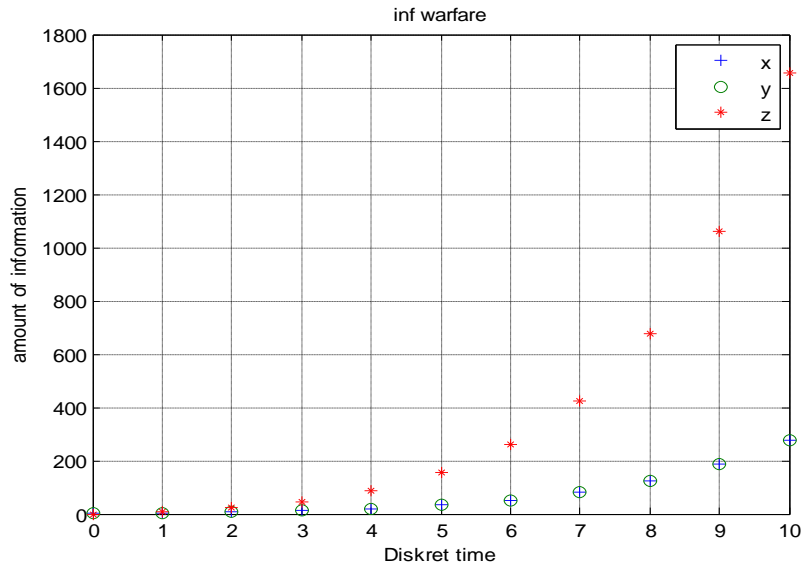
title('inf warfare')

xlabel('Diskret time')

ylabel('amount of information')

legend('x','y','z')

grid on



ნახატი 2.1.4. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D=0$ , ტოლი სასტარტო პირობები

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0. \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 1,6 \quad x_0 = y_0 \quad x_0=2.5= y_0=2.5$$

$x_0 > y_0$ . თუ ანტაგონისტური მხარეებიდან პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე, მაშინ პირველი მხარისთვის მიმდევრობა (2.1.20) დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავია:  $x_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$ , რადგანაც  $x_n$  - ესაა ჯამი და ნამრავლი უსასრულოდ დიდი მიმდევრობებისა. ამავე მოსაზრებებით საერთაშორისო ორგანიზაციები ზრდიან მშვიდობისმყოფელი (2.1.15) მოწოდებების რაოდენობას, ნათელია, რომ მშვიდობისმყოფელი ორგანიზაციების მოწოდებები ვერ ახდენენ ზემოქმედებას პირველ ანტაგონისტურ მხარეზე, ის აგრძელებს ინფორმაციული შეტევის გაზრდას. და პირიქით, მეორე მხარე დროთა განმავლობაში წყვეტს ინფორმაციულ ომს. მართლაც გადავწეროთ (2.1.21) შემდეგნაირად

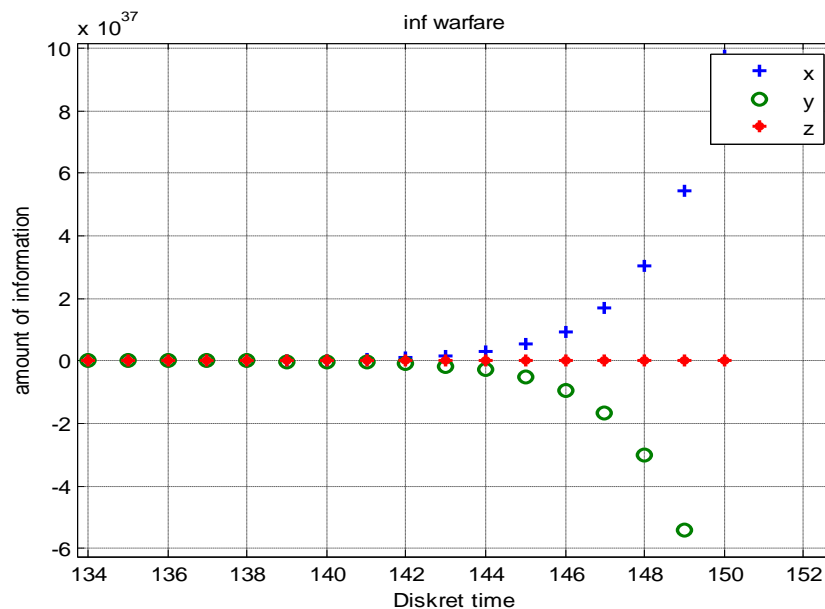
$$y_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + (x_0 + y_0) \left( \frac{\alpha + 2}{2\alpha + 2} \right)^n \left( \frac{4\beta\gamma}{\alpha(\alpha + 2)} n + \frac{1}{2} \right) \right) \quad (2.1.48)$$

$n = 0$  -სთვის მისი შესაბამისი წევრი  $y_0$  დადებითია, მიმდევრობის შემდეგი წევრი  $y_1 = y_0(\alpha + 1)$  წინაზე მეტია, ე.ი. იწყებს ზრდას, მაგრამ როცა  $n \rightarrow \infty$ ,  $y_n \rightarrow -\infty$ . მართლაც,  $y_n$  მიმდევრობის წევრების ნიშანს განსაზღვრავს (2.1.48) გამოსახულების მეორე თანამმრავლის ნიშანი, რადგანაც იგი პირველი თანამმრავლისგან განსხვავებით, რომელიც ნიშანს არ იცვლის და სულ დადებითია, იცვლის ნიშანს დადებითიდან უარყოფითზე. ეს გამომდინარეობს იქიდან, რომ  $0 < \frac{\alpha + 2}{2\alpha + 2} < 1$ , და ამდენად მეორე თანამმრავლის მეორე შესაკრები გახდება რაგინდ მცირე შესაბამისად დიდი  $n$  -ებისთვის. ამდენად, დადგება მომენტი, როცა ნატურალური რიცხვისთვის  $n_*$ ,  $y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხო-

ლო  $n_*+1$  -სთვის კი უკვე უარყოფითია. თუმცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $y_n$  შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიც  $n_*$  ნატურალური რიცხვისთვის.  $n_*$ -ის პოვნა შეიძლება, თუ კი მას გავუტოლებთ  $x_*$  - ის მთელ ნაწილს, რომელიც არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$\frac{y_0 - x_0}{2} + (x_0 + y_0) \left( \frac{\alpha + 2}{2\alpha + 2} \right)^x \left( \frac{4\beta\gamma}{\alpha(\alpha + 2)} x + \frac{1}{2} \right) = 0 \quad (2.1.49)$$

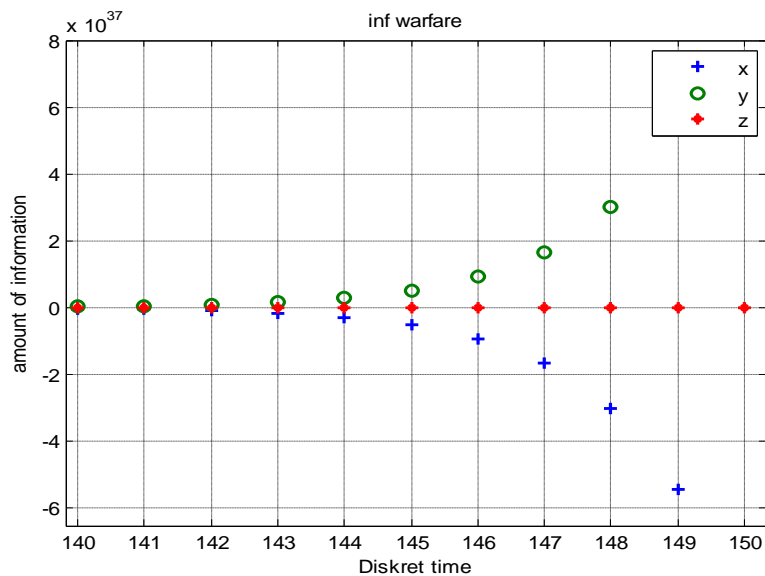
ამრიგად პირველი მხარე ზრდის ინფორმაციულ შეტევებს, მეორეც თავიდან ასევე იწყებს ინფორმაციული შეტევების გაზრდას, მაგრამ, მიაღწევს რა გარკვეულ მაქსიმუმს, იწყებს მათ შემცირებას, და დროის განმავლობაში ასრულებს მათ. ხოლო რაც შეეხება მესამე მხარეს, ის სულ უფრო ზრდის სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობას, მაგრამ ახდენს ზემოქმედებას მხოლოდ მეორე მხარეზე, პირველზე კი ვერა. იხილე ნახატი 2.1.5.



ნახატი 2.1.5 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D=0$  , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ .  $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$   $x_0 > y_0$   $x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5$

$x_0 < y_0$ . თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები ნაკლებია მეორისაზე, ანუ  $x_0 < y_0$ , მაშინ მხარეები ცვლიან როლებს და მივიღებთ წინა პუნქტის სიმეტრიულ რეზულტატებს, - აქ უკვე მეორე მხარე აძლიერებს ინფორმაციულ შეტევებს. რაც შეეხება პირველ მხარეს, თავიდან ის ასევე იწყებს ინფორმაციული შეტევის გაზრდას, მაგრამ, მიაღწევს რა გარკვეულ მაქსიმუმს, იწყებს მათ შემცირებას, ხოლო დროთა განმავლობაში კი ასრულად ასრულებს მათ. ხოლო რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს - მესამე მხარეს, ის

სულ უფრო ზრდის სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობას, მაგრამ ახდენს ზემოქმედებას მხოლოდ პირველ მხარეზე, მეორეზე კი ვერა,  $z_n$  მიისწრაფის პლუს უსასრულობისკენ როცა  $n \rightarrow \infty$ . იხილე ნახატი 2.1.6.



ნახატი 2.1.6 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D=0$ , პირველის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორეზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ .  $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$   $x_0 < y_0$   $x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5$

ამდენად მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ), შეუძლია მხოლოდ ნაწილობრივ მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე. კერძოდ იგი ზემოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეზე, თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარ საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ). ამასთან, მესამე მხარე ზემოქმედებს იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის სასტარტო პირობები უფრო "სუსტია", ანუ მცირე. და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა თავდაპირველად აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, შემდეგ კი ამცირებს ინფორმაციულ შეტევას, ბოლოს კი სრულიად წყვეტს მათ. იმ შემთხვევაში კი, როცა ანტაგონისტურ მხარეებს თანაბარი სასტარტო პირობები ( $x_0 = y_0$ ) აქვთ, მაშინ ორივე დაპირისპირებული მხარე აძლიერებს აქტივობას, ე.ი. ინფორმაციული ომი არ წყდება, პირიქით, სულ უფრო იზრდება, მწვავედება, მიუხედავად იმისა, რომ მესამე მხარეც ზრდის თავის სამშვიდობო აქტივობას.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსისა ( $\alpha$ ) კვადრატი ნაკლებია სამშვიდობო მზადყოფნის ( $\beta$ ) და სამშვიდობო აქტივობის ( $\gamma$ ) გარვამაგებული ნამრავლისა. მოსალოდნელია, რომ სამშვიდობო აქტივობა "მოთოკავს" ანტაგონისტური მხარის აგრესიულობას.

$x_0 = y_0$ . მართლაც, თუ საერთაშორისო ორგანიზაციებმა არ მიიღეს პრევენციული

ზომები ( $z_0 = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება ანტაგონისტურ მხარეებზე შედეგიანია. გადვწეროთ (2.1.30) და (2.1.31)

$$x_n = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \frac{4\gamma x_0}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.50)$$

$$y_n = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \frac{4\gamma x_0}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.51)$$

$$n_* = \left[ \frac{\pi - \omega}{\theta} \right] \quad (2.1.52)$$

სადაც  $n_*$ , მთელი ნაწილია- $\left[ \frac{\pi - \omega}{\theta} \right]$ ; და მისთვის  $x_n, y_n$ , ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_* + 1$ -სთვის ისინი უკვე უარყოფითები არიან. თუმცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $x_n, y_n$ , შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_*$  ნატურალური რიცხვისთვის. ანუ პირველი და მეორე მხარეები გადიან ნულზე. შევნიშნოთ, რომ  $\theta, \omega$  განისაზღვრებიან (2.1.22) და (2.1.32) -დან შესაბამისად. რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს,

$$z_n = \frac{4\gamma x_0}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.53)$$

ისინი გადიან ნულზე  $n_{**} = \left[ \frac{\pi}{\theta} \right]$ -ში,  $z_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_* + 1$ -სთვის ის უკვე უარყოფითია. თუმცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $z_n$ , შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_{**}$  ნატურალური რიცხვისთვის. ე.ი. მესამე მხარე ასრულებს მშვიდობისმყოფელი განცხადებების გავრცელებას მას შემდეგ, ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაასრულეს ინფორმაციული ომი:  $n_* < n_{**}$ . იხილე ლისტინგი 2.1.3, ნახატი 2.1.7.

ლისტინგი 2.1.3

alfa=0.8; beta=0.05; gamma=2; N=20;

x0=2.5; y0=2.5; d=sqrt(8\*beta\*gamma-alfa^2);

omega=atan(d/alfa); teta=atan(d/(alfa+2));

n=0:N; k=sqrt((alfa+2\*beta\*gamma+1).^n);

z1=2\*gamma\*(x0+y0)/d; z2=z1\*sqrt(beta/(2\*gamma));

z=z1\*sin(teta\*n).\*k;

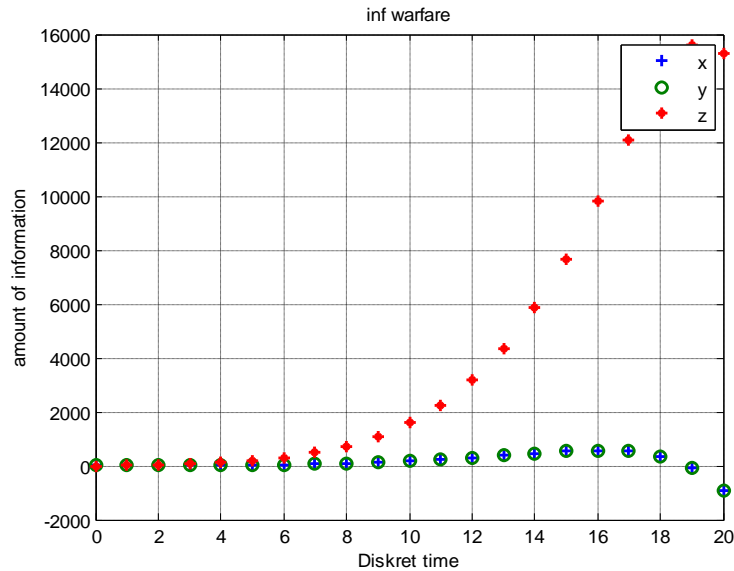
x=((x0-y0)\*(1+alfa).^n)/2+z2\*sin(teta\*n+omega).\*k;

y=((y0-x0)\*(1+alfa).^n)/2+z2\*sin(teta\*n+omega).\*k;

```

plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'LineWidth',1.5)
title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on

```



ნახატი 2.1.7. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები  
 $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$   $x_0 = y_0$   $x_0 = 2,5 = y_0 = 2,5$

$x_0 > y_0$ . თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე, მაშინ (2.1.30)-დან, გავუტოლებთ რა ნულს  $x_n$ -ს, ვიპოვიით  $n_*$ -ს, დისკრეტულ დროს, რომლისათვისაც პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს

$$\frac{x_0 - y_0}{2} (1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} \cdot (x_0 + y_0) \sin(n\theta + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} = 0 \quad (2.1.54)$$

(2.1.54)-დან მივიღებთ

$$\sin(n\theta + \omega) = -\frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.55)$$

(2.1.55)-ის ამოხსნა არსებობს იმ შემთხვევაში, როცა

$$-1 \leq -\frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \leq 1 \quad (2.1.56)$$

ან რაც ჩვენს შემთხვევაში ექვივალენტურია

$$0 \leq \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \leq 1 \quad (2.1.57)$$

განვიხილოთ მაჩვენებლიანი გამოსახულებისთვის

$$\left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{\frac{n}{2}}, \quad (2.1.58)$$

სამი შემთხვევა:

a) ფუძე ერთის ტოლია -  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} = 1$ , რაც მიიღწევა იმ შემთხვევაში, თუ

$\alpha, \beta, \gamma$  აკმაყოფილებს პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \alpha = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} \end{cases} \quad (2.1.59)$$

და მაშინ (2.1.57) სრულდება ყველა  $n$ -თვის, რადგანაც

$$0 \leq \frac{x_0 - y_0}{(x_0 + y_0)} \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{8\beta\gamma}} < 1$$

ხოლო (2.54)-ის ამონახსნისთვის აღვნიშნოთ, მთელი ნაწილი  $t_*$ -სი, რომელიც შემდეგი განტოლების ამონახსნია

$$\sin(t\theta + \omega) = -\frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \quad (2.1.60)$$

და ჩავთვალოთ

$$n_{*,1} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \right) + \frac{\pi - \omega}{\theta} \right] \quad (2.1.61)$$

სადაც კვადრატული ფრჩხილები აქ და ყველგან აღნიშნავს ფრჩხილებში მოთავსებული სიდიდის მთელ ნაწილს. მაშინ  $n = n_{*,1}$ -თვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$  ითვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. რაც შეეხება მეორე მხარეს

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2} (1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} (x_0 + y_0) \sin(n\theta + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.1.62)$$

თუ (2.60) გახდება ნული ან უარყოფითი, ეს ნიშნავს იმას, რომ მეორე მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი.  $y_0$  დადებითია, ასევე დადებითია მეორე წევრიც

$y_1 = (1 + \alpha)y_0 > y_0 > 0$  ე.ი. თავიდან მიმდევრობა ზრდადია, მაგრამ შემდეგ იგი მცირდება და ნულის ტოლი ან ნულზე ნაკლები ხდება. მართლაც, ჩავწეროთ (2.60) შემდეგნაირად

$$y_n = (1 + \alpha)^{\frac{n}{2}} \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} (x_0 + y_0) \sin(n\theta + \omega) \left( \frac{\alpha + 2\beta\gamma + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \quad (2.1.63)$$

(2.61)-ში პირველი თანამამრავლი ყოველთვის დადებითია და ზრდადი, მეორე კი ნიშანცვლადია, რადგანაც

$$\left| \frac{y_0 - x_0}{2} \right| < \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} (x_0 + y_0)$$

და როგორც კი მეორე თანამამრავლი გახდება ნული ან უარყოფითი, მაშინ  $y_n$  -ც გახდება ნული ან უარყოფითი, ვნახოთ თუ რა დროს მოხდება ეს. ამისთვის გავუტოლოთ ნულს (2.61)-ის მეორე თანამამრავლი

$$\frac{y_0 - x_0}{2} + \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} (x_0 + y_0) \sin(n\theta + \omega) = 0 \quad (2.1.64)$$

(2.62) ამონახსნის საშუალებით შევარჩიოთ  $n$  -ის ის მნიშვნელობა როცა (2.61) ან ნულია ან უარყოფითი, ამასთან ვეძებთ პირველივე ასეთ  $n$  -ს. ვთქვათ

$$n_{*,2} = [t_*] = \left[ -\frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{y_0 - x_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \right) - \frac{\omega}{\theta} \right] \quad (2.1.65)$$

სადაც  $t_*$  (2.62) განტოლების ამონახსნია უწყვეტი დამოუკიდებელი ცვლადის მიმართ. თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $y_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*,2} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და  $n_{*,2}$  -სთვის  $y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_{*,2} + 1$  -სთვის კი უკვე უარყოფითი. ამასთან საერთაშორისო ორგანიზაციები ასრულებენ მშვიდობისმყოფელ აქტიურობას. და ეს მოხდება, როცა

$$z_n = (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \cdot \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{-D}} \sin(n\theta) = 0 \quad (2.1.66)$$

აქედან კი

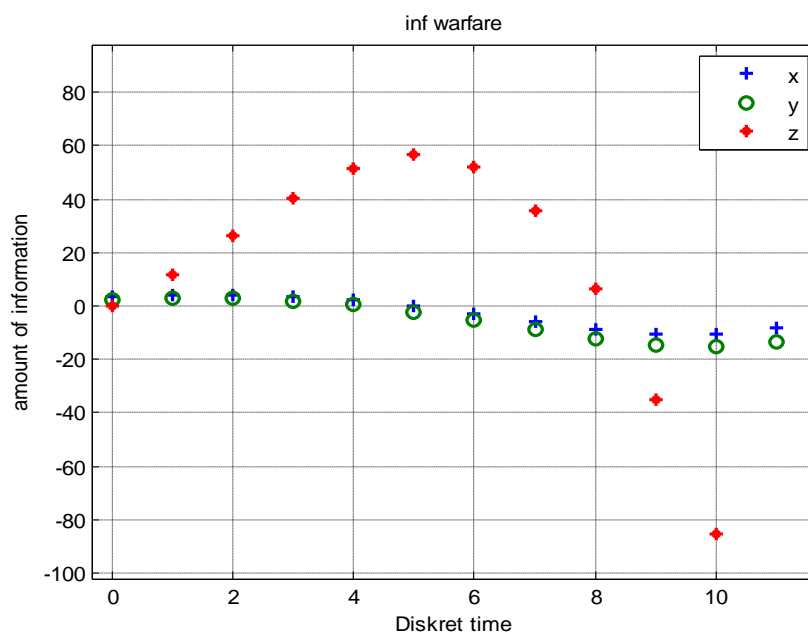
$$n_{*,3} = [t_*] = \left[ \frac{\pi}{\theta} \right] \quad (2.1.67)$$

შევნიშნოთ, რომ

$$n_{*,2} < n_{*,1} < n_{*,3} \quad (2.1.68)$$

იხილეთ ნახატი 2.1.8.





ნახატი 2.1.8. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთის ტოლია  $p=1$

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,1708; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 2 \quad x_0 > y_0 \quad x_0=3.5 > y_0=2.5$$

b) ფუძე ერთზე მეტია  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} > 1$ , რაც მიიღწევა, თუ  $\alpha, \beta, \gamma$  აკმაყოფილებენ

პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} < \alpha \end{cases} \quad (2.1.69)$$

(2.1.69) -დან გამომდინარეობს, რომ

$$\frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma}. \quad (2.1.70)$$

ამ შემთხვევაში კი (2.1.55) -ის ამოხსნა  $-n_{*1}$  (2.1.57)-ის გათვალისწინებით, უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას

$$0 < n_{*1} < 2 \log_p \left( \frac{x_0 + y_0}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (2.1.71)$$

ხოლო  $n_{*1}$  - არის  $t_*$  მთელი ნაწილი, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას

$$t_* = \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{x_0 + y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{8\beta\gamma}} p^{t_*/2} \right) + \frac{\pi - \omega}{\theta} \quad (2.1.72)$$

თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $x_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*1} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და ვიტყვით, რომ  $n = n_{*1}$  -სთვის  $x_n$  ჯერ კი-

დევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$  ითვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ორივე შემთხვევაში ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. მაგრამ (2.1.71) და (2.1.72) შეიძლება არ სრულდებოდეს, და პირველი მხარე ვერ გადის ნულზე, ვანახოთ, რომ ეს შესაძლებელია. გადავწეროთ (2.1.30) შემდეგნაირად

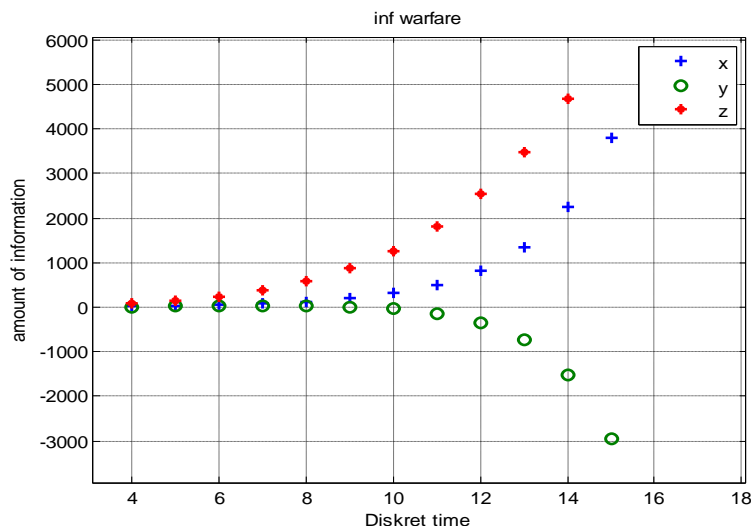
$$x_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{x_0 - y_0}{2} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \omega) \left( \frac{\alpha + 2\beta\gamma + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \quad (2.1.73)$$

(2.1.73)-ის მარჯვენა მხარის პირველი თანამამრავლი დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავი, მეორე თანამამრავლი კი  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} > 1$  -ის გამო შემოსაზღვრულია და მიისწრაფის სასრული რიცხვი  $\frac{x_0 - y_0}{2}$ -სკენ. ეს რიცხვი დადებითია,

ამიტომ  $x_n \rightarrow \infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ , თანაც ისე რომ მისი არც ერთი წევრი არ გახდება უარყოფითი. ეს გამომდინარეობს დიდი  $n$  ისთვის (2.1.73) -ის მეორე თანამამრავლის მეორე შესაკრებში ტრიგონომეტრიული ფუნქციის - სინუსის შემდგომ არსებული კოეფიციენტისგან,  $p > 1$ -ის გათვალისწინებით, ანუ მაჩვენებლიანი გამოსახულების სწრაფი ზრდადობის გამო; მცირე  $n$ -სთვის კი (2.1.73) -ის მეორე თანამამრავლის მეორე შესაკრებში ტრიგონომეტრიული ფუნქციის - სინუსის წინ არსებული კოეფიციენტის სიმცირის გამო, რაც გამოწვეულია (2.1.70)-ში აგრესიულობის კოეფიციენტის  $\alpha$  -ს მარჯვენა ზედა ზღვართან სიახლოვით. ამ შემთხვევაში პირველი მხარე ვერ გადის ნულზე, ანუ არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს, პირიქით აღვივებს მას. მეორე მხარე კი

$$y_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \omega) \left( \frac{\alpha + 2\beta\gamma + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \quad (2.1.74)$$

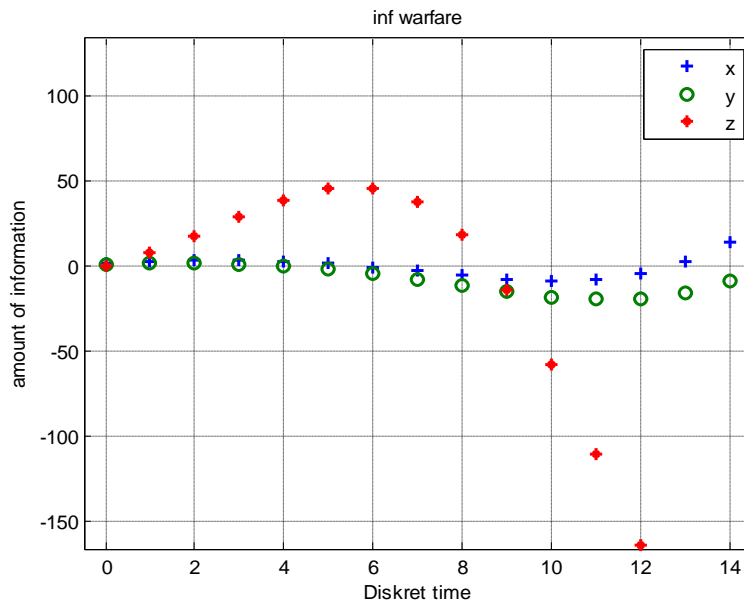
(2.1.74)-ის ძალით და ანალოგიური მსჯელობიდან გამომდინარე ხდება უარყოფითი, ანუ გადის ნულზე და ასრულებს ინფორმაციულ ომს. იხილეთ ნახატი 2.1.9 .



ნახატი 2.1.9. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$  , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$  და ალფა მარჯვენა ზღვართანაა ახლოს

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 > y_0 \quad x_0 = 2,5; y_0 = 1,5$$

თუ კი  $\alpha$  -სა და (2.1.72) -ში მარჯვენა ზედა ზღვარს შორის მანძილი იზრდება, ანუ  $\alpha$  უახლოვდება  $\frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2}$  -ს ზემოდან მაშინ ორივე ანტაგონისტური მხარეები იწყებენ ინფორმაციული შეტევის შემცირებას და საბოლოოდ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს. იხილეთ ნახატი 2.1.10.



ნახატი 2.1.10. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$  , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$  და ალფა მარცხენა ზღვართანაა ახლოს

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,25; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 > y_0 \quad x_0 = 2,5 \quad y_0 = 1,5$$

ამ შემთხვევაში მეორე მხარესთვის სამართლიანია, რომ დროის რომელიღაც დისკრეტულ მომენტში  $y_n$  ხდება უარყოფითი, ანუ მეორე მხარეც წყვეტს ინფორმაციულ ომს.

ამასთან  $n_{*,2}$  -თვის

$$0 < n_{*,2} < 2 \log_p \left( \frac{x_0 + y_0}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (2.1.75)$$

სადაც  $n_{*,2}$  არის  $t_*$  -ს მთელი ნაწილი, იგი კი არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$t_* = \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{t_*} \right) + \frac{\pi - \omega}{\theta} \quad (2.1.76)$$

სამშვიდობო ორგანიზაციები ამ შემთხვევაშიც ასრულებენ თავის აქტიურობას და მათვის სამართლიანია (2.1.67).

ც) ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} < 1$  , რაც მიიღწევა მაშინ, როცა  $\alpha, \beta, \gamma$

აკმაყოფილებენ პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \alpha < \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} \end{cases} \quad (2.1.77)$$

(2.1.77)-დან გამომდინარე  $0 < \alpha < \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2}$  . ამ შემთხვევაში კი (2.1.55) -ის

ამოხსნა  $-n_{*1}$  (2.1.57)-ის გათვალისწინებით, უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას

$$n_{*1} > 2 \log_p \left( \frac{x_0 + y_0}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (2.1.78)$$

ხოლო  $n_{*1}$  - არის  $t_*$  მთელი ნაწილი, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას

$$t_* = \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} p^{1/2} \right) + \frac{\pi - \omega}{\theta} \quad (2.1.79)$$

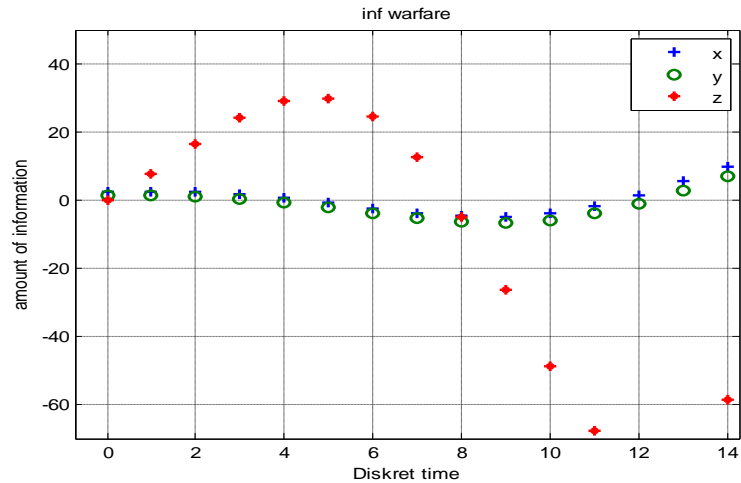
რაც შეეხება მეორე მხარეს, ისიც დროის რომელიღაც დისკრეტულ მომენტში ხდება უარყოფითი, ანუ მეორე მხარეც წყვეტს ინფორმაციული ომს. ამასთან  $n_{*2}$  -თვის

$$n_{*2} > 2 \log_p \left( \frac{x_0 + y_0}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (2.1.80)$$

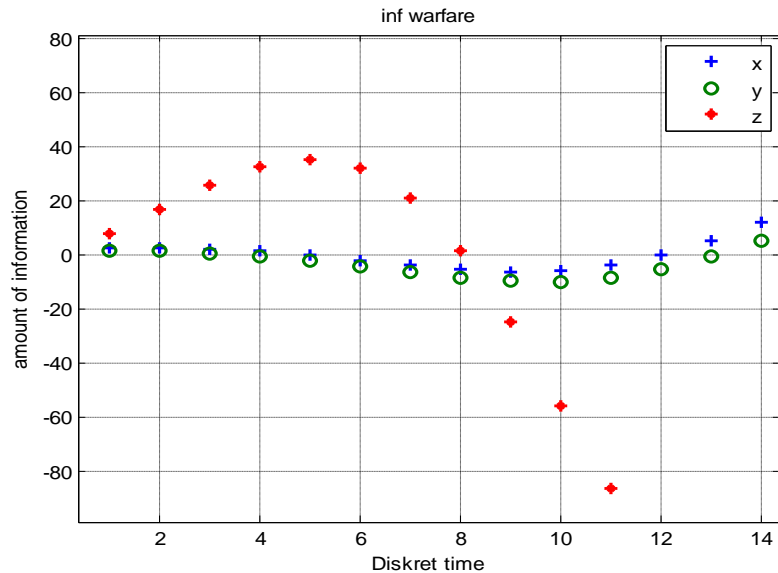
სადაც  $n_{*2}$  არის  $t_*$  -ს მთელი ნაწილი, ხოლო ეს უკანასკნელი არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$t_* = \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} p^{1/2} \right) - \frac{\omega}{\theta} \quad (2.1.81)$$

სამშვიდობო ორგანიზაციები ამ შემთხვევაშიც ასრულებენ თავის აქტიურობას და მათვის სამართლიანია (2.1.67). იხილე ნახატი 2.1.11, 2.1.12.



ნახატი 2.1.11. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p < 1$ , ალფა მარცხენა ზღვართანაა ახლოს (ნულთან)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,08$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$ ;  $x_0 > y_0$   $x_0 = 2,5$ ;  $y_0 = 1,5$

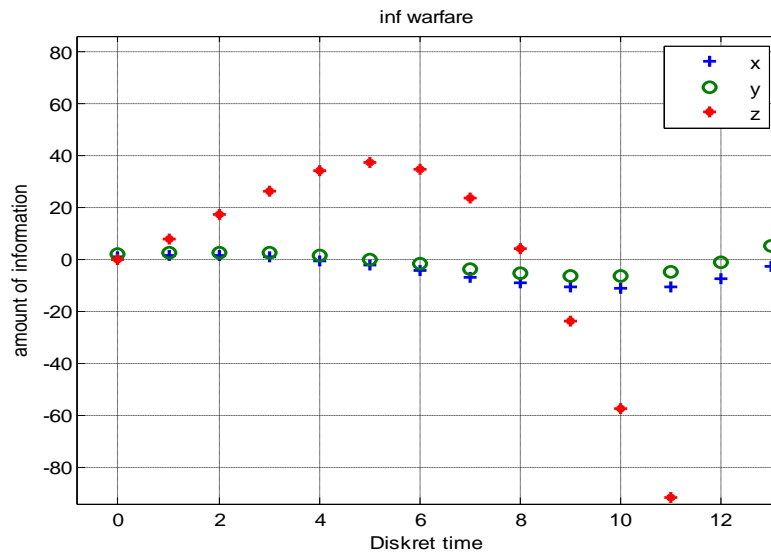


ნახატი 2.1.12. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p < 1$  ალფა მარჯვენა ზღვართანაა ახლოს (0,1709)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,15$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$ ;  $x_0 > y_0$   $x_0 = 2,5$ ;  $y_0 = 1,5$

ამდენად, როცა  $D < 0$ , და  $(x_0 > y_0)$  პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორის სასტარტო პირობაზე, მაშინ გარკვეული პირობებისთვის (სამშვიდობო აქტიურობის კოეფიციენტის გაზრდით) ინფორმაციული ომი სრულდება, ამასთან თავიდან მეორე მხარე, ანუ ის, ვისაც ნაკლები სასტარტო პირობები აქვს, ასრულებს ინფორმაციულ ომს, ხოლო შემდეგ კი პირველი მხარე, მას მეტი სასტარტო პირობები გააჩნია. ინფორმაციული ომის დისკრეტული მათემატიკური მოდელის შესაბამისი პარამეტრების შემთხვევაში მესამე მხარე აღარ ავრცელებს მშვიდობისმყოფელ

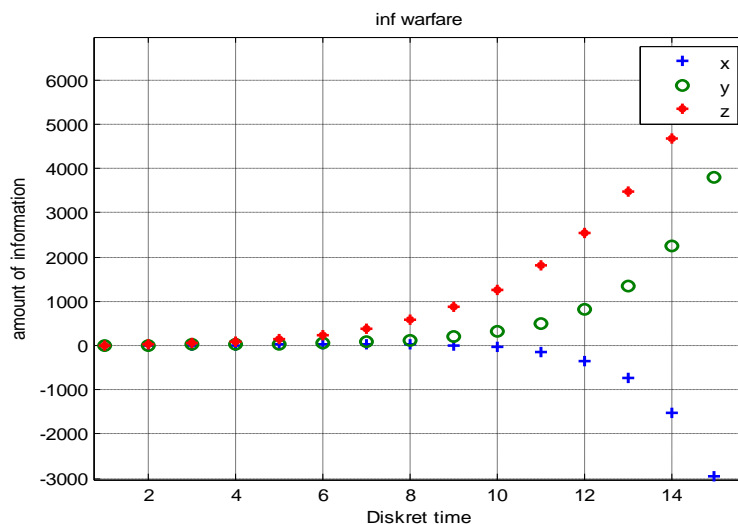
განცხადებებს, მას მერე რაც პირველი მხარე დაასრულებს ინფორმაციულ ომს.

$x_0 < y_0$  თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან, მეორე მხარის სასტარტო პირობა მეტია პირველის სასტარტო პირობაზე, მაშინ მხარეები ცვლიან როლებს და მივიღებთ წინა პუნქტის სიმეტრიულ რეზულტატებს, ოღონდ, უკვე პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს თავიდან, ხოლო შემდეგ მეორე. იხილე ნახატი 2.1.13.-2.1.16.

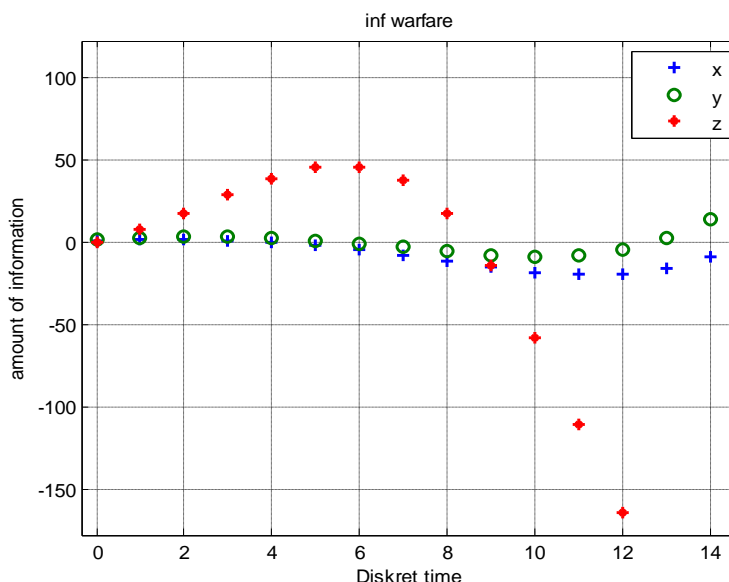


ნახატი 2.1.13. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე და ფუძე ერთის ტოლია  $p=1$ ,

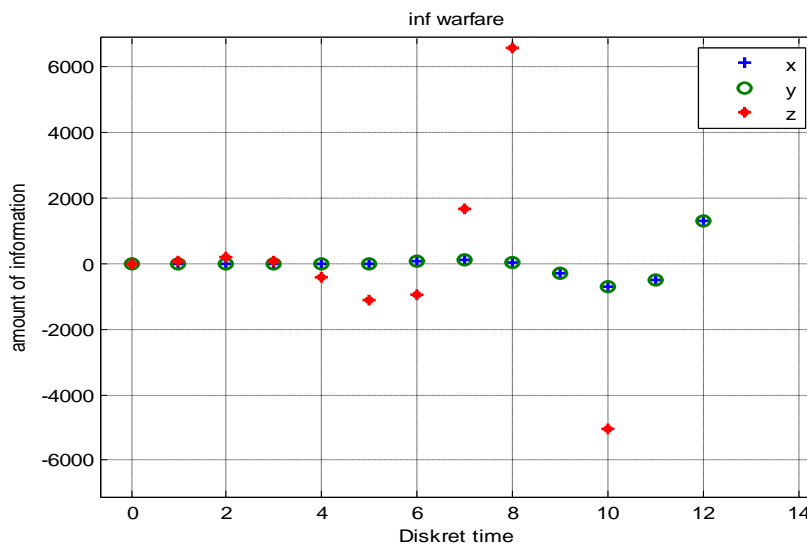
$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,1708; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 > y_0 \quad x_0 = 2.5; y_0 = 1.5$$



ნახატი 2.1.14. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე და ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$ , ალფა მარჯვენა ზღვართანაა ახლოს (0.8944)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 < y_0 \quad x_0 = 1.5; y_0 = 2.5$



ნახატი 2.1.15. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე და ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$ , ალფა მარცხენა ზღვართანაა ახლოს  $(0,1708)$   $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,25$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$   $x_0 < y_0$   $x_0=1.5$   $y_0=2.5$



ნახატი 2.1.16. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე და ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p < 1$ , ალფა მარცხენა ზღვართანაა ახლოს  $(0)$   $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,05$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 22$   $x_0 < y_0$   $x_0=1.5$   $y_0=2.5$

ამდენად, მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ),  $D < 0$  პირობებში შეუძლია სრულად მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე (სამშვიდობო აქტიურობის გაზრდით), აიძულოს მხარეები შეწყვიტონ იგი. კერძოდ, მისი ძალისხმევა წარმატებულია, იმ შემთხვევაშიც კი, როცა ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ).

## §2.2. მოწინააღმდეგის იგნორირების პრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი

მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკურ მოდელში (2.1.1), ჩავთვალოთ საწყისი მნიშვნელობებია  $x_0, y_0, z_0$ , სადაც  $z_0 > 0$  -პრევენციაა.იმ შემთხვევაში, როცა მესამე მხარის მოქმედებებს ექნება პრევენციული ხასიათი ( $z_0 > 0$ ), მაშინ ანტაგონისტურ მხარეთა აგრესიულობის ინდექსის მაღალი მაჩვენებლის მიუხედავად, საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება ინფორმაციული ომზე უფრო ეფექტურია ვიდრე არაპრევენციულ შემთხვევაში. გამოვიკვლიოთ ინფორმაციული ომის მიმდინარეობა  $D$ -ს სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ . ამ შემთხვევაში ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ დიდი აგრესიულობა ინფორმაციულ ომში. განვიხილოთ ანტაგონისტურ მხარეთა სასტარტო პირობების სხვადასხვა შემთხვევა.

$x_0 = y_0$ , იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიმართეს პრევენციულ ზომებს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე ერთნაირია რადგან  $x_n = y_n$ . მართლაც, ზოგადი ამონახსნებიდან როცა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$

$$z_n = \frac{z_0(1-\lambda_2)+2\gamma x_0}{\sqrt{D}} \lambda_1^n + \frac{z_0(\lambda_1-1)-2\gamma x_0}{\sqrt{D}} \lambda_2^n \quad (2.2.1)$$

$$x_n = \left(\frac{x_0 - y_0}{2}\right)(\alpha + 1)^n + A_1 \lambda_1^n + B_1 \lambda_2^n \quad (2.2.2)$$

$$y_n = \left(\frac{y_0 - x_0}{2}\right)(\alpha + 1)^n + A_1 \lambda_1^n + B_1 \lambda_2^n \quad (2.2.3)$$

$x_0 = y_0$  -ის გათვალისწინებით, გვაქვს

$$x_n = A_1 \lambda_1^n + B_1 \lambda_2^n \quad (2.2.4)$$

$$y_n = A_1 \lambda_1^n + B_1 \lambda_2^n \quad (2.2.5)$$

შევნიშნოთ, რომ  $z_n$  მიმდევრობა არაა დამოკიდებული ანტაგონისტურ მხარეთა სასტარტო პირობების თანაფარდობაზე: იქნება ის  $x_n = y_n$ , თუ  $x_n > y_n$  ანაც  $x_n < y_n$ ,  $z_n$  -ის კვლევის შედეგები იქნება სამართლიანი ამ ყოველი შემთხვევებისთვის. დავადგინოთ  $\lambda_1$  და  $\lambda_2$  -ისთვის,  $1 < \lambda_2 < \lambda_1$  თვისების გარდა სხვა დამოკიდებულებებიც.

$$\lambda_1 - 1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} = \lambda_1^* > 0 \quad (2.2.6)$$



$$1 - \lambda_2 = -\frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} = -\lambda_2^* < 0 \quad (2.2.7)$$

$$\alpha + 1 - \lambda_1 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} = \lambda_2^* > 0 \quad (2.2.8)$$

$$\alpha + 1 - \lambda_2 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} = \lambda_1^* > 0 \quad (2.2.9)$$

$$\alpha + 1 - \lambda_2 > \alpha + 1 - \lambda_1, \quad 1 - \lambda_2 = -\lambda_2^*, \quad \lambda_1 - 1 = \lambda_1^* \quad (2.2.10)$$

გარდავქმნათ  $z_n$

$$z_n = A\lambda_1^n \left( 1 + \frac{B}{A} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right) \quad (2.2.11)$$

მიმდევრობა  $z_n$  როცა  $n \rightarrow \infty$  მიისწრაფის ან  $+\infty$ , ან  $-\infty$  -სკენ, იმისდა მიხედვით, თუ რა ნიშანი აქვს  $A$  სიდიდეს. მართლაც (2.2.11)-ში ფრჩხილებში მოთავსებული თანამამრავლი მიისწრაფის სასრული რიცხვისკენ - ერთისკენ ( $1 < \lambda_2 < \lambda_1$ ) -ის გათვალისწინებით. მეორე თანამამრავლი მიისწრაფის პლიუს უსასრულობისკენ და თუ პირველი თანამამრავლი აღმოჩნდება უარყოფითი, მაშინ მთლიანად  $z_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ .

დავადგინოთ, თუ რომელი  $z_0$ -სთვის კოეფიციენტი  $A < 0$ . იმისათვის, რომ

$$A = \frac{z_0(1 - \lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} < 0 \quad (2.2.7)\text{-ის გათვალისწინებით გვექნება } \gamma(x_0 + y_0) - \lambda_2^* z_0 < 0$$

$$\frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} = \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\alpha - \sqrt{D}} < z_0 \quad (2.2.12)$$

დავადგინოთ, თუ რომელი  $n \geq 1$ -სთვის  $z_n$  გადის ნულზე. (2.2.11) დან გამომდინარეობს, რომ ეს შესაძლებელია, თუ ფრჩხილიანი თანამამრავლი გაუტოლდება ნულს, ანუ:

$$\left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n = -\frac{A}{B}, \quad \text{ან} \quad \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^n = -\frac{B}{A}, \quad \text{შევნიშნოთ, რომ ამ უკანასკნელ მაჩვენებლიან განტოლე-$$

ბას აქვს არაუარყოფითი ამონახსნი, რადგანაც ადვილად მოწმდება, რომ  $-\frac{B}{A} > 1$  ნების-

მიერი  $z_0$ სთვის და ამდენად უტოლობა

$$n = \log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \frac{z_0 \lambda_1^* - \gamma(x_0 + y_0)}{z_0 \lambda_2^* - \gamma(x_0 + y_0)} \geq 1 \quad (2.2.13)$$

სამართლიანია, როცა  $-\frac{B}{A} \geq \frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 1$ , მაგრამ ეს ორმაგი უტოლობა სამართლიანია ნების-

მიერი დასაშვები დადებითი  $z_0$ -სთვის და ამდენად,  $z_0$ -ზე (2.2.12) შეზღუდვების გარდა არ გვაქვს კიდევ დამატებითი შეზღუდვა (2.2.13)-ის ამოსახსნელად, რათა ვიპოვოთ

$n$ . შევნიშნოთ, რომ ან (2.2.13)-ს აქვს მთელი ამონახსნი, და მაშინ იგი არის სამეზბნი მნიშვნელობა, წინააღმდეგ შემთხვევაში თუ კი ავიღებთ  $\log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \frac{z_0 \lambda_1^* - \gamma(x_0 + y_0)}{z_0 \lambda_2^* - \gamma(x_0 + y_0)}$  -ის მთელ

ნაწილს და ჩავთვლით

$$n^* = \left[ \log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \frac{z_0 \lambda_1^* - \gamma(x_0 + y_0)}{z_0 \lambda_2^* - \gamma(x_0 + y_0)} \right] + 1 \quad (2.2.14)$$

მაშინ  $n^*$  -სთვის  $z_{n^*}$  დადებითია, ხოლო  $z_{n^*+1}$  უკვე უარყოფითია. განვიხილოთ  $x_n, y_n$  - პირველი და მეორე მხარეების მოქმედებები. (2.2.9) და (2.2.10) თანახმად, განვიხილოთ მხოლოდ  $x_n$ , რადგანაც მისთვის მიღებული შედეგები სამართლიანი იქნება  $y_n$ -სთვის. გადავწეროთ (2.2.9) შემდეგნაირად

$$x_n = A_1 \lambda_1^n \left( 1 + \frac{B_1}{A_1} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right) = \frac{\beta A}{\lambda_2^*} \lambda_1^n \left( 1 + \frac{\lambda_2^* B}{\lambda_1^* A} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right) \quad (2.2.15)$$

გამოვიყენოთ (2.2.15) -სთვის ის მსჯელობა, რომელიც ჩავატარეთ (2.2.11)-სთვის და დავადგენთ, რომ  $x_n, y_n$  მიისწრაფიან მინუს უსასრულობისკენ, თუ კოეფიციენტი  $A < 0$ . ეს კი მოხდება (2.2.12) - სთვის, ე.ი.

$$\frac{2\gamma x_0}{\lambda_2^*} = \frac{4\gamma x_0}{\alpha - \sqrt{D}} < z_0 \quad (2.2.16)$$

ამდენად პირველი და მეორე მხარეები ასრულებენ ინფორმაციულ ომს, ანუ  $x_n, y_n$  ხდებიან უარყოფითები რომელიდაც  $n \geq 1$ -სთვის. ამ უკანასკნელის საპოვნელად ვიპოვოთ შემდეგი განტოლების ფესვი  $\left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^n = -\frac{B_1}{A_1}$  იმ პირობისთვის, რომ  $n \geq 1$ . ეს კი ექვივალენტურია იმის, რომ სრულდება უტოლობა  $-\frac{B_1}{A_1} \geq \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ , რომლისგანაც გამომდინარეობს, რომ

$$z_0 \leq \frac{\alpha + 1}{\beta} x_0 \quad (2.2.17)$$

(2.2.16) და (2.2.17) -ის გაერთიანებით დავადგენთ  $z_0$ -ის იმ მნიშვნელობებს

$$\frac{2\gamma x_0}{\alpha - \sqrt{D}} < z_0 \leq \frac{\alpha + 1}{\beta} x_0, \text{ როცა}$$

$$n = \log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \left( \frac{z_0 \lambda_1^* - 2\gamma x_0}{z_0 \lambda_2^* - 2\gamma x_0} \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1^*} \right) \geq 1 \quad (2.2.18)$$

ამდენად, როცა სრულდება (2.2.16) და (2.2.17), და მათი გადაკვეთა არ არის ცარიელი სიმრავლე, ანტაგონისტური მხარეები ასრულებენ ინფორმაციულ ომს  $n^{**}$  ნაბიჯზე, რო-

მელიც (2.2.18)-ის ტოლია, თუ კი ეს უკანასკნელი არის ნატურალური რიცხვი. წინააღმდეგ შემთხვევაში ჩავთვალოთ

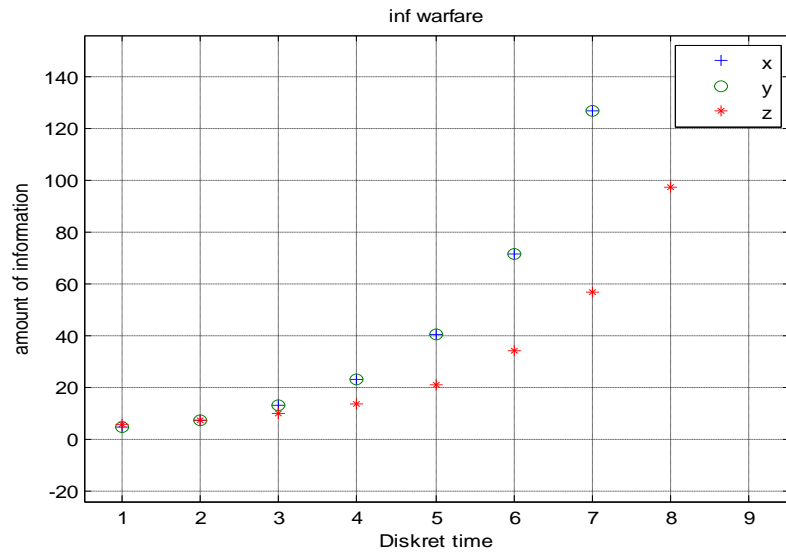
$$n^{**} = \lceil \log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \left( \frac{z_0 \lambda_1^* - 2\gamma x_0 \lambda_2^*}{z_0 \lambda_2^* - 2\gamma x_0 \lambda_1^*} \right) \rceil + 1 \quad (2.2.19)$$

სადაც კვადრატული ფრჩხილები აღნიშნავს ფრჩხილებში მოთავსებული სიდიდის მთელ მნიშვნელობას, და  $n^{**}$ -სთვის  $x_n, y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n^{**} + 1$ -სთვის კი უკვე უარყოფითი, ანუ ანტაგონისტურმა მხარებმა დაასრულეს ინფორმაციული ომი.

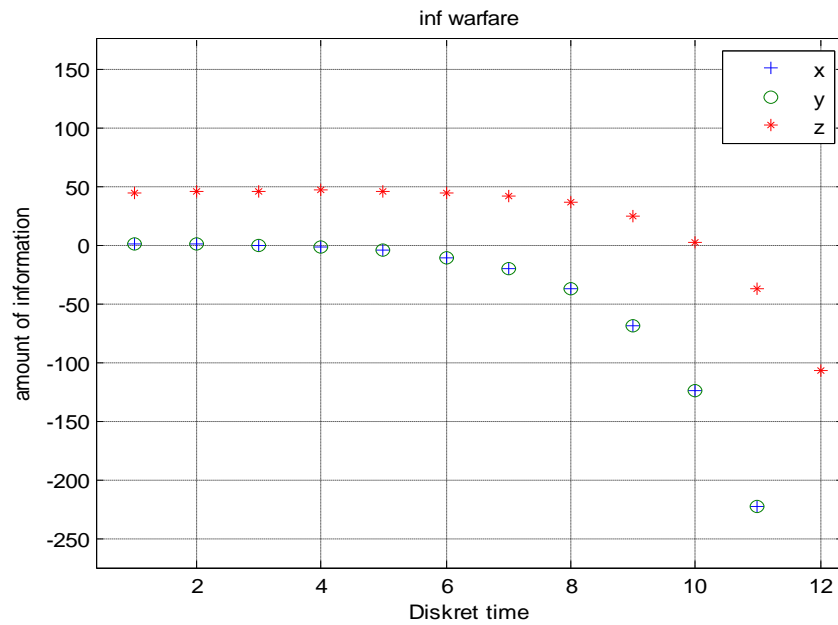
ამდენად, თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციები შეარჩევენ პრევენციის დონეს  $z_0$  ისეთნაირად, რომ შესრულეს პირობები (2.2.16) და (2.2.17), მაშინ სამივე მიმდევრობა  $x_n, y_n, z_n$  ხდება უარყოფითი, ანუ "გადაკვეთს ნულს" - ე.ი. ინფორმაციული ომი სრულდება. თუ კი ეს პირობები არ სრულდება, განსაკუთრებით კი (2.2.16), ინფორმაციული ომი გრძელდება, უფრო მეტიც ღვივდება, რადგანაც (2.2.11) და (2.2.15) -ის თანახმად  $x_n, y_n, z_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$ . იხილეთ ლისტინგი 2.2.1 და ნახატები 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3.

#### ლისტინგი 2.2.1

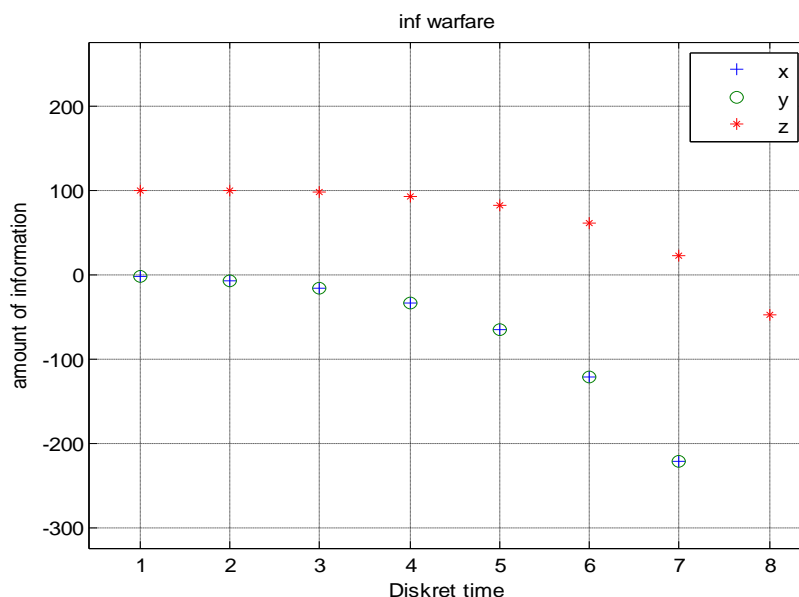
```
% diskret ignor d >0 Tanabari sastarto %
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=9;
x0=2.5; y0=2.5; z0=5; d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
l1=(alfa+2+d)/2; l2=(alfa+2-d)/2;
A=(z0*(1-l2)+gamma*(x0+y0))/d; B=(z0*(l1-1)-gamma*(x0+y0))/d;
A1=beta*A/(alfa+1-l1); B1=beta*B/(alfa+1-l2);
qveda=2*gamma*x0/(l2-1); zeda=(alfa+1)*x0/beta;
n=0:N; z=A*11.^n+B*12.^n; z1=A1*11.^n+B1*12.^n;
x=(x0-A1-B1)*(1+alfa).^n+z1;
y=(y0-A1-B1)*(1+alfa).^n+z1;
plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'lineWidth',1.3)
title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on
```



ნახატი 2.2.1 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები, მცირე პრევენციით  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 = y_0$   $x_0=2.5=y_0=2.5; z_0=5$



ნახატი 2.2.2 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები, ზომიერი პრევენციით, უარყოფითზე გასვლა დროის ერთ ან მეტ ერთეულზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$   $x_0 = y_0$   $x_0=2.5=y_0=2.5; z_0=45$



ნახატი 2.2.3 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები, ძლიერი პრევენციით, უარყოფითზე გასვლა დროის ერთზე ნაკლებ ერთეულზე

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 0,16 \quad x_0 = y_0 \quad x_0 = 2,5 = y_0 = 2,5 \quad z_0 = 100$$

$x_0 > y_0$ . იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიმართეს პრევენციულ ზომებს  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს სხვადასხვა სასტარტო პირობებში, ამასთან  $x_0 > y_0$ , მაშინ მესამე მხარისთვის - საერთაშორისო ორგანიზაციებისათვის სამართლიანია ზემოთ, ( $x_0 = y_0$ ) შემთხვევისთვის, მიღებული შედეგები. კერძოდ თუ სრულდება (2.2.12) პირობა, მაშინ  $z_n$  გადის ნულზე  $n$ -სთვის რომელიც (2.2.14) -ის ტოლია. მეორე მხარისთვის ინფორმაციული შეტევების შეწყვეტა შესაძლებელია შემდეგი პირობებისთვის: გადავწეროთ (2.2.3) შემდეგნაირად:

$$y_n = (\alpha + 1)^n \left[ \frac{y_0 - x_0}{2} + A_1 \left( \frac{\lambda_1}{\alpha + 1} \right)^n + B_1 \left( \frac{\lambda_2}{\alpha + 1} \right)^n \right] \quad (2.2.20)$$

რადგანაც.

$$\lambda_2 < \lambda_1 < \alpha + 1 \quad (2.2.21)$$

როცა  $n \rightarrow \infty$ , მაშინ  $y_n \rightarrow -\infty$ , რადგანაც (2.2.20)-ის პირველი მამრავლი მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ, მერე თანამამრავლი კი სასრული უარყოფითი სიდიდისკენ. მაგრამ მიმდევრობა  $\{y_n\}$  ნიშანცვლიანია, რადგანაც  $y_0 > 0$ . მაშასადამე  $\exists n^*$ , რომლისთვისაც ან  $y_{n^*} = 0$ , ან  $y_{n^*} > 0$  და  $y_{n^*+1} < 0$ .  $n^*$  შეიძლება ვიპოვოთ, თუ ამოვხსნით  $n$ -ის მიმართ შემდეგ განტოლებას:

$$\frac{y_0 - x_0}{2} + \beta \frac{\gamma(x_0 + y_0) - \lambda_2^* z_0}{\lambda_2^* \sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1}{\alpha + 1} \right)^n + \beta \frac{\lambda_1^* z_0 - \gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_1^* \sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_2^*}{\alpha + 1} \right)^n = 0 \quad (2.2.22)$$

თუ  $z_0 > \frac{\alpha}{\beta} y_0$ , მაშინ მეორე მხარე თავიდანვე იწყებს ინფორმაციული შეტევების შემცირებას, და შემდეგ  $\{y_n\}$  გადის ნულზე. თუ  $z_0 < \frac{\alpha}{\beta} y_0$ , მაშინ მეორე მხარე თავიდან იწყებს ინფორმაციული შეტევების გაზრდას, მიაღწევს რა მაქსიმუმს იწყებს მათ შემცირებას და შემდეგ  $\{y_n\}$  გადის ნულზე. თუ  $z_0 = \frac{\alpha}{\beta} y_0$ , მაშინ მეორე მხარე თავიდანვე მუდმივი ინტენსიურობით იწყებს ინფორმაციულ შეტევებს, და მერე მათ ამცირებს და შემდეგ კი  $\{y_n\}$  გადის ნულზე. რაც შეეხება პირველ მხარეს, როცა  $n \rightarrow \infty$ , მაშინ  $x_n \rightarrow +\infty$ , მართლაც (2.2.2) გადავწეროთ

$$x_n = (\alpha + 1)^n \left[ \frac{x_0 - y_0}{2} + A_1 \left( \frac{\lambda_1}{\alpha + 1} \right)^n + B_1 \left( \frac{\lambda_2}{\alpha + 1} \right)^n \right] \quad (2.2.23)$$

(2.2.23) პირველი თანამამრავლი მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ, მეორე კი სასრული დადებითი სიდიდისკენ (2.2.21) -ის ძალით. მაგრამ თუ კი შევარჩევთ საკმაოდ დიდ პრევენციას  $z_0 > 0$  მაშინ  $\{x_n\}$  მიმდევრობა მანამ სანამ  $+\infty$ -სკენ დაიწყებს მისწაფებას, მისი წევრები გახდებიან უარყოფითი და ამ შემთხვევაში ჩავთვალოთ, რომ პირველმა მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი. განვსაზღვროთ თუ როგორი  $z_0 > 0$  პრევენციისათვისაა ეს შესაძლებელი. ამისთვის განვიხილოთ  $x_n$ -ის უწყვეტი ანალოგი  $x(t)$ , რომლის მნიშვნელობები დისკრეტულ  $t = 0, 1, 2, \dots$  წერტილებში ემთხვევა  $\{x_n\}$  მიმდევრობის შესაბამის წევრებს  $n = 0, 1, 2, \dots$ -სთვის -  $x(n) = x_n$ . ჩავთვალოთ

$$x(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} (\alpha + 1)^t + \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} - z_0 \right) \lambda_1^t + \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( z_0 - \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_1^*} \right) \lambda_2^t \quad (2.2.24)$$

აღვნიშნოთ

$$A = z_0 - \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} \quad B = z_0 - \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_1^*} \quad (2.2.25)$$

$$x(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} (\alpha + 1)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} A \lambda_1^t + \frac{\beta}{\sqrt{D}} B \lambda_2^t \quad (2.2.26)$$

ან ჩავწეროთ (2.2.26) შემდეგნაირად

$$x(t) = \lambda_2^t \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right) \quad (2.2.27)$$

$$x(t) = \lambda_2^t F(t) = \lambda_2^t \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right) \quad (2.2.28)$$

$$F(t) = \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right) \quad (2.2.29)$$

შევნიშნოთ, რომ თუ  $F(t)$  ფუნქცია გადაკვეთს აბსცისას, მაშინ  $x(t)$ -ც გადაკვეთს მას, იმავე წერტილებში, ე.ი. თუ  $F(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნულები, მაშინ (2.2.28)-ის თანახმად, იმავე წერტილები იქნება  $x(t)$  ფუნქციის ნულები. ასე რომ, შეგვიძლია ამ მიმართებით გამოვიკვლიოთ  $F(t)$  და შედეგები გამოვიყენოთ  $x(t)$ -სთვის.  $x(0) = F(0) = x_0 > 0$

ვიპოვოთ  $F(t)$  ფუნქციის სტაციონალური წერტილები  $F'(t) = 0$  განტოლებიდან

$$F'(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} \ln \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} A \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t = 0 \quad (2.2.30)$$

$$\left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_1} \right)^t = \frac{2\beta}{(x_0 - y_0)\sqrt{D}} A \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \quad (2.2.31)$$

(2.2.31) -ს აქვს ამონახსნი, თუ კი მისი მარჯვენა მხარე ერთზე მეტია, ეს კი მოხდება მაშინ, როცა

$$z_0 > \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} + \frac{x_0 - y_0}{2\beta} \sqrt{D} \log_{\lambda_1/\lambda_2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) = \bar{z}_0 \quad (2.2.32)$$

$$t_0 = \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_1}} \left( \frac{2\beta A}{(x_0 - y_0)\sqrt{D}} \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right) \quad (2.2.33)$$

შევისწავლოთ  $F'(t)$  ფუნქციის ყოფაქცევა  $t_0$ -ს მიდამოში. წარმოვადგინოთ  $F'(t)$

$$F'(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} \ln \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t \left( \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{2\beta A}{(x_0 - y_0)\sqrt{D}} \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right) \quad (2.2.34)$$

(2.2.34) -ის პირველი საბი თანამამრავლი დადებითია, მეოთხე

$\left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_1} \right)^t - \frac{2\beta}{(x_0 - y_0)\sqrt{D}} A \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)$  კი ნიშანცვლადი, რადგანაც ამ ბოლო მამრავლის

პირველი წევრი ზრდადი მაჩვენებლიანი ფუნქციაა, რომელიც  $t_0$ -ში ხდება ნულის ტოლი, ამიტომ  $t_0$ -ის მარცხენა მიდამოში ის იქნება უარყოფითი, მარჯვენა მიდამოში კი დადებითი. იგივე ნიშანცვლადობა აქვს  $F'(t)$  ფუნქციას იმავე არეზე. ამიტომ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ  $t_0$  წერტილი არის  $F(t)$  ფუნქციის ლოკალური მინიმუმის წერტილი.

**ლემა 3.** არსებობს  $z_0$ -ის ისეთი მნიშვნელობები, რომლისთვისაც  $F(t)$  ფუნქცია  $t_0$ -

მინიმუმის წერტილში უარყოფითა:  $F(t_0) < 0$ .

**დამტკიცება.** როცა  $z_0 \gg \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*}$ , მაშინ  $A \approx z_0$  და  $B \approx z_0$ .  $F(t_0)$ -ს აქვს სახე (2.2.29)-ის

$$\text{ძალით: } F(t_0) = \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^{t_0} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left[ A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{t_0} - B \right],$$

$$F(t_0) = \frac{\beta z_0}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{t_0} \left[ \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) - 1 + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{t_0} \right], F(t_0) = \frac{\beta z_0}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{t_0} \left[ \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\alpha+1} \right) + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{t_0} \right]$$

შევნიშნოთ, რომ ამ ტოლობის ყველა თანამამრავლი. ბოლოს გარდა დადებითია. ხოლო ეს უკანასკნელი კი ხდება უარყოფითი, რადგან მისი პირველი შესაკრები უარყოფითია, მეორე კი იმის გამო რომ დიდი  $z_0$ -სთვის  $t_0$ -ც ასევე რაგინდ დიდი ხდება, იღებს რაგინდ მცირე მნიშვნელობას. **რ.დ.გ.** ლემა 3 -ის ძალით  $x(t)$ -ც  $t_0$  წერტილში ხდება უარყოფითი, რომელიდაც  $z_0^* > \bar{z}_0$  პრევენციისთვის. თუ კი  $t_0$  -ს აქვს მთელი მნიშვნელობა, მაშინ  $x(t_0)$ -ს შეესაბამება უარყოფითი  $x_{t_0} \{x_n\}$  მიმდევრობიდან, და ანტაგონისტური მხარე დენად ჩავთვლით რომ პირველი მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ეხლა განვიხილოთ შემთხვევა, როცა  $[t_0] < t_0 < [t_0] + 1$ , ანუ  $t_0 \in [[t_0]; [t_0] + 1]$  მონაკვეთს, და მის საზღვრებს არ ემთხვევა. მაშინ შეიძლება ისე შევარჩიოთ (გავზარდოთ)  $z_0$  რომ, ან  $x([t_0]) = x_{[t_0]} \leq 0$ , ან  $x([t_0] + 1) = x_{[t_0] + 1} \leq 0$ , და მაშინ ვიტყვი, რომ შესაბამისად ან  $n = [t_0]$ , ან  $n = [t_0] + 1$  ში პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. (2.2.30) -ის გათვალისწინებით, შეიძლება შევარჩიოთ  $z_0$  ისე რომ  $[[t_0]; [t_0] + 1]$  მონაკვეთზე სრულდება

$$\begin{aligned} \max_t |F'(t)| &= \max_t \left| \frac{x_0 - y_0}{2} \ln \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} A \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t \right| < \\ &< \max \left\{ \left| \frac{F(t_0)}{t - [t_0]} \right|, \left| \frac{F(t_0)}{[t_0] + 1 - t_0} \right| \right\} = L \end{aligned} \quad (2.2.35)$$

უწყვეტი თავის წარმოებულთან ერთად  $F(t)$  ფუნქცია  $[[t_0]; [t_0] + 1]$  მონაკვეთზე ლიფ-შიცის პირობას აკმაყოფილებს და ან  $F([t_0]) < 0$ , შესაბამისად  $x([t_0]) = x_{[t_0]} < 0$ , ანაც  $F([t_0] + 1) < 0$  და შესაბამისად  $x([t_0] + 1) = x_{[t_0] + 1} < 0$ . შევნიშნოთ, რომ თუ (2.2.35) ში ავიღებთ  $\min \left\{ \left| \frac{F(t_0)}{t - [t_0]} \right|, \left| \frac{F(t_0)}{[t_0] + 1 - t_0} \right| \right\} = L$  მაშინ ერთროულად სრულდება:  $F([t_0]) < 0$ , შესაბამისად  $x([t_0]) = x_{[t_0]} < 0$ , და  $F([t_0] + 1) < 0$ , შესაბამისად  $x([t_0] + 1) = x_{[t_0] + 1} < 0$ .

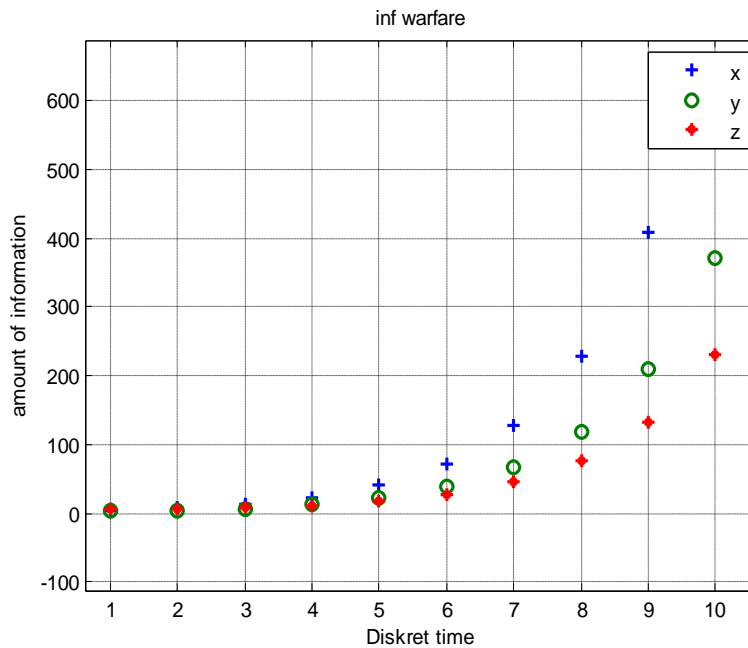
ამრიგად, სათანადო შერჩეული პრევენციისთვის -  $z_0$ , პირველი მხარე, ისევე როგორც სხვა მხარეები, ასრულებს ინფორმაციულ ომს. იხ. ლისტინგი 2.2.2, ნახატი 2.2.4. -



2.2.6.

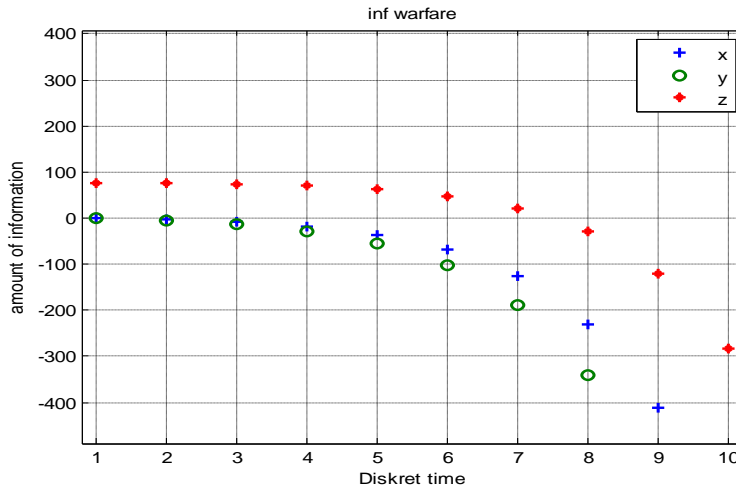
ლოსტიონგი 2.2.2.

```
% diskret ignor d >0 araTanabari sstarto %
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=160;
x0=2.5; y0=1.5; z0=75; d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
l1=(alfa+2+d)/2; l2=(alfa+2-d)/2;
A=(z0*(1-l2)+gamma*(x0+y0))/d; B=(z0*(l1-1)-gamma*(x0+y0))/d;
A1=beta*A/(alfa+1-l1); B1=beta*B/(alfa+1-l2);
qveda=gamma*(x0+y0)/(l2-1); zeda=(alfa+1)*(x0+y0)/(2*beta);
n=0:N; z=A*11.^n+B*12.^n;z1=A1*11.^n+B1*12.^n;
x=((x0-y0)/2)*(1+alfa).^n+z1;
y=((y0-x0)/2)*(1+alfa).^n+z1;
plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'lineWidth',1.5)
title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on
```



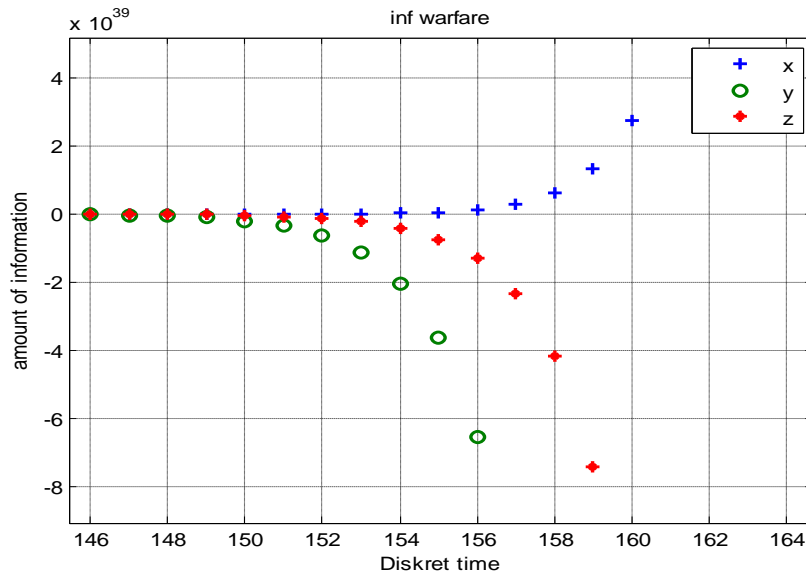
ნახატი 2.2.4. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$  , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, მცირე პრევენციის ( $z_0 = 5$ ) გამო ინფორმაციული ომი არ სრულდება

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5 \quad z_0 = 5$$



ნახატი 2.2.5. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, დიდი პრევენციის ( $z_0 = 75$ ) შედეგად ინფორმაციული ომი სრულდება

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 0,16; \quad x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5 \quad z_0 = 75$$



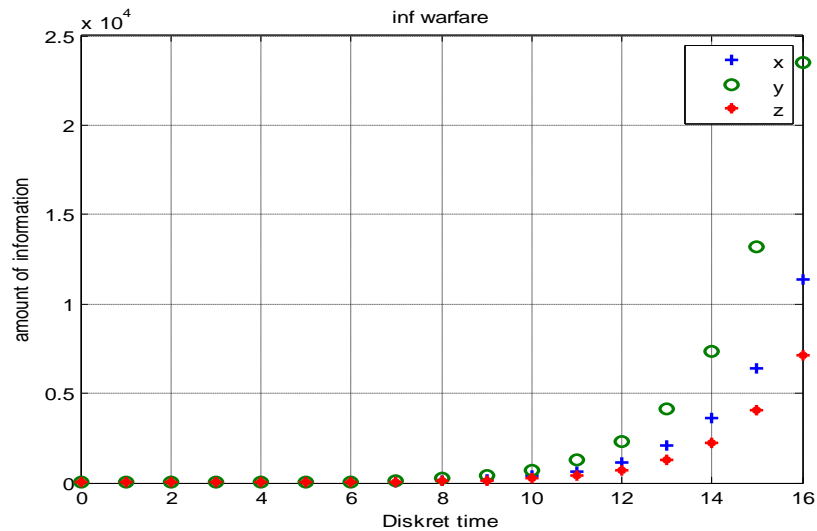
ნახატი 2.2.6. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, დიდი პრევენციის ( $z_0 = 75$ ) მიუხედავად, პირველი მხარე დიდი  $n$ -სთვის გადის პლუს უსასრულობაზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5$   $z_0 = 75$

$x_0 < y_0$ . იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიმართეს პრევენციულ ზომებს  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს სხვადასხვა სასტარტო პირობებში, ამასთან  $x_0 < y_0$ , მაშინ ვლდებულობთ წინა შემთხვევის  $x_0 > y_0$ , სიმეტრიულ შედეგებს: დიდი პრევენციის დროს ამჯერად უკვე მეორე მხარის "გაყვანა" შესაძლებელი ნულზე, მანამ იგი დიდი  $n$ -სთვის მიიღებს რაგინდ დიდ მნიშვნელობას, ანუ მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს; რაც შეეხება პირველ და მეორე მხარეებს ისინი სულ ამცირებენ თავიანთ აქტიურობას, გადიან ნულზე ანუ ასრუ-

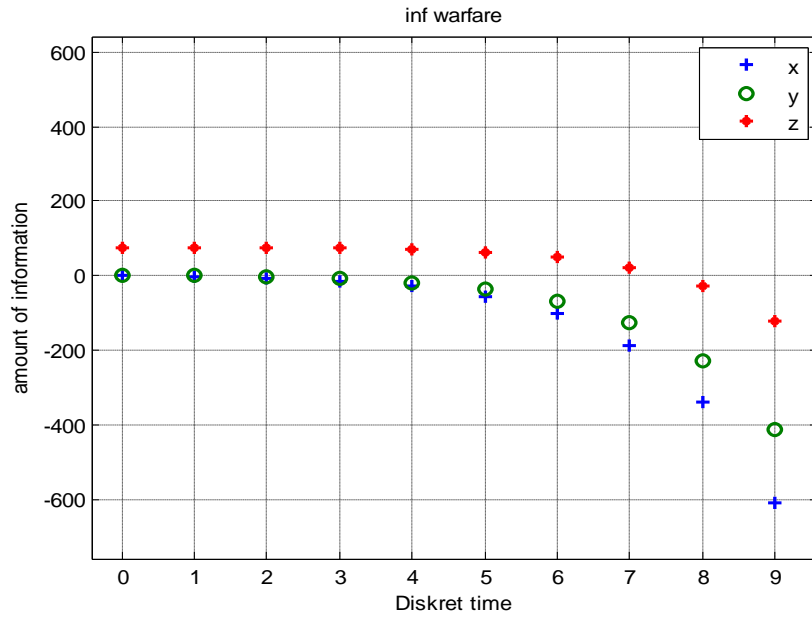
ლებენ ინფორმაციულ ომს. იხილე ლისტინგი 2.2.3, ნახატი 2.2.7 - 2.2.9.

### ლისტინგი 2.2.3

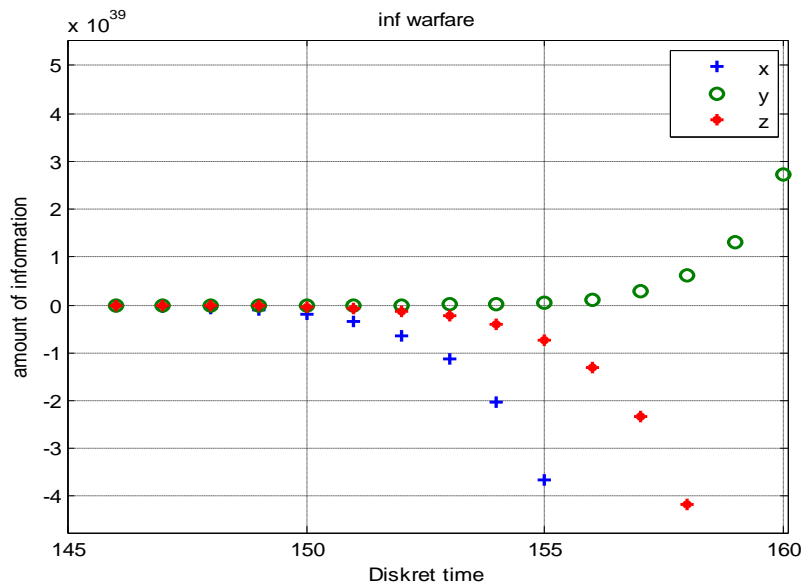
```
% diskret ignor d >0 araTanabari sasto %
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=160;
x0=1.5; y0=2.5; z0=5; d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
l1=(alfa+2+d)/2; l2=(alfa+2-d)/2;
A=(z0*(1-l2)+gamma*(x0+y0))/d; B=(z0*(1-l1)-gamma*(x0+y0))/d;
A1=beta*A/(alfa+1-l1); B1=beta*B/(alfa+1-l2);
qveda=gamma*(x0+y0)/(l2-1); zeda=(alfa+1)*(x0+y0)/(2*beta);
n=0:N; z=A*11.^n+B*12.^n;z1=A1*11.^n+B1*12.^n;
x=((x0-y0)/2)*(1+alfa).^n+z1;
y=((y0-x0)/2)*(1+alfa).^n+z1;
plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'lineWidth',1.5)
title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on
```



ნახატი 2.2.7. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორეზე, მცირე პრევენციის ( $z_0 = 5$ ) გამო ინფორმაციული ომი არ სრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ ,  $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5$ ,  $z_0 = 5$



ნახატი 2.2.8. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$  , პირველის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორეზე, დიდი პრევენციის ( $z_0 = 75$ ) შედეგად იოსრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5$   $z_0 = 75$



ნახატი 2.2.9. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$  , პირველის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორეზე, დიდი პრევენციის ( $z_0 = 75$ ) მიუხედავად, მეორე მხარე დიდი n-სთვის გადის პლუს უსასრულობაზე.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5$   $z_0 = 75$

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსი ( $\alpha$ ) ჯერ კიდევ დიდია და ადგილი აქვს ანალოგიებს  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევაში. ვნახოთ, რომ ეს ასეა.

$x_0 = y_0$  . ამ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენცი-

ული ზომები ( $z_0 > 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანი - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს. მართლაც, გადავწეროთ (2.1.15), (2.1.20), (2.1.21) შემდეგი სახით:

$$z_n = z_0 \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^n + \left( 2\gamma x_0 - \frac{\alpha}{2} z_0 \right) n \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^{n-1} \quad (2.2.36)$$

$$x_n = \beta \left( \frac{4\gamma}{\alpha} x_0 - z_0 \right) n \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} + x_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^n \quad (2.2.37)$$

შევნიშნოთ, რომ  $x_n = y_n$  რადგანაც  $x_0 = y_0$ , ამიტომ განვიხილავთ მხოლოდ პირველი მხარის ანალიზს. ჯერ განვიხილოთ  $z_n$  -ის ყოფაქცევა, ამისთვის გადავწეროთ (2.2.36)

$$z_n = \left( z_0 \frac{\alpha + 2}{2} + \left( 2\gamma x_0 - \frac{\alpha}{2} z_0 \right) n \right) \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^{n-1} \quad (2.2.38)$$

(2.2.38)-ის მეორე თანამამრავლი დადებითია, ზრდადია და მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ, როცა  $n \rightarrow \infty$ ; თუ კი პირველი თანამამრავლი გახდება უარყოფითი მაშინ  $z_n$  -ც გახდება უარყოფითი და ეს ნიშნავს რომ მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. გამოვიკვლიოთ თუ როდის და რა პირობებში მოხდება ეს. თუ კი პირველი თანამამრავლის მეორე წევრში  $n$ -ის წინ კოეფიციენტი გახდება უარყოფითი, მაშინ დიდი  $n$ -სთვის პირველი თანამამრავლიც და შესაბამისად  $z_n$  -ც გახდება უარყოფითი. ეს კი მოხდება მაშინ, როცა

$$z_0 > \frac{4\gamma}{\alpha} x_0 \quad (2.2.39)$$

თუ კი სრულდება (2.2.39) პირობა, მაშინ როცა

$$n \geq N^* = \left[ \frac{z_0(\alpha + 2)}{\alpha z_0 - 4\gamma x_0} \right] + 1 \quad (2.2.40)$$

შესაბამისი  $z_n$  -ც გახდება უარყოფითი და სამართლიანია  $z_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ამდენად მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. განვიხილოთ ეხლა პირველი მხარის ყოფაქცევა, ამისთვის გადავწეროთ (2.2.37) შემდეგნაირად.

$$x_n = \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} \left( \beta \left( \frac{4\gamma}{\alpha} x_0 - z_0 \right) n + x_0 \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right) \right) \quad (2.2.41)$$

(2.2.41)-ის პირველი თანამამრავლი დადებითია, ზრდადია და მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ, როცა  $n \rightarrow \infty$ . ამდენათ  $x_n$  გახდება უარყოფითი მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ კი (2.2.41) -ის მეორე თანამამრავლი უარყოფითია. ეს კი მოხდება მაშინ, თუ კი მეორე თანამამრავ-

ლის პირველი შესაკრებში  $n$ -ის წინა კოეფიციენტი გახდება უარყოფითი, მაშინ დიდი  $n$ -სთვის მეორე თანამამრავლიც და შესაბამისად  $x_n$ -ც გახდება უარყოფითი. ეს კი მოხდება მაშინ, როცა  $z_n$ -ის შემთხვევაში შესრულდება (2.2.39), და აქედან, როცა

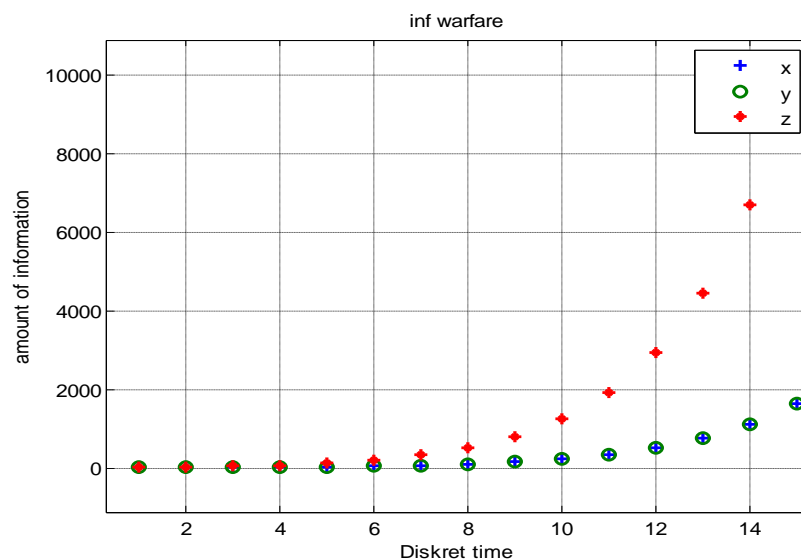
$$n \geq N^{**} = \left\lceil \frac{x_0(\alpha + 2)\alpha}{2\beta(\alpha z_0 - 4\gamma x_0)} \right\rceil + 1 \quad (2.2.42)$$

მისი შესაბამისი  $x_n$  -ც გახდება უარყოფითი და სამართლიანია  $x_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ამდენად პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

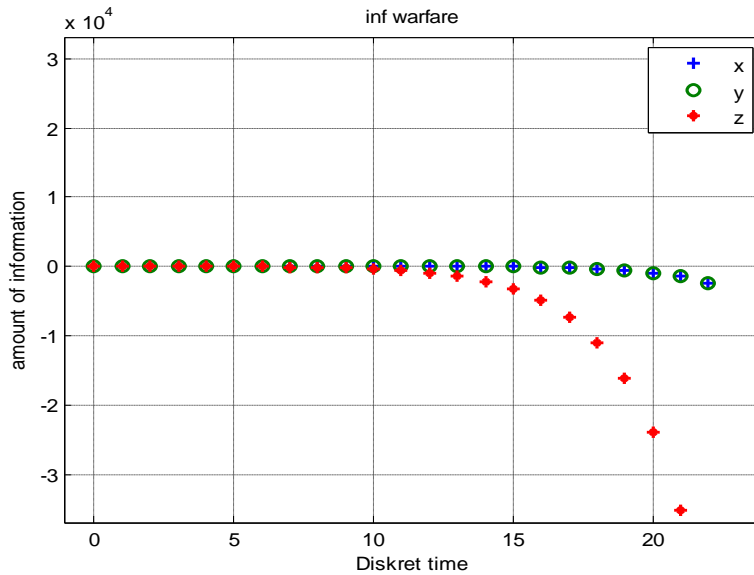
როგორც უკვე ავღნიშნეთ,  $x_n = y_n$ , ამრიგად, მეორე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს, თუ კი სრულდება (2.2.39) პირობა, და მაშინ როცა  $n$ -სთვის სრულდება (2.2.42), სამართლიანია  $y_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . იხილე ლისტ. 2.2.4. და ნახატები 2.2.10, 2.2.11.

ლისტინგი 2.2.4.

```
% discrete prevention D=0 tanabari sawyisi%
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=1.6; N=15; x0=2.5; y0=2.5; z0=5;d=1+alfa/2;d1=1+alfa;
zgvari=4*gamma*x0/alfa;N1=fix(z0*(alfa+2)/(alfa*z0-4*gamma*x0))+1;
N2=fix(x0*(alfa+2)*alfa/(2*beta*(alfa*z0-4*gamma*x0)))+1;
n=0:N; z1=gamma*(x0+y0)-z0*alfa/2; x1=beta*(2*gamma*(x0+y0)/alfa-z0);
z2=d.^n/d; z3=n.*z2;z4=z0*d.^n; z=z0+z1*z3; x2=((x0-y0)*d1.^n)/2; x3=((x0+y0)/2)*z2*d;
x=x2+x1*z3+x3; y=-x2+x1*z3+x3; plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'LineWidth',1.5)
title('inf warfare') xlabel('Diskret time') ylabel('amount of information')
legend('x','y','z') grid on
```



ნახატი 2.2.10. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D=0$ , სასტარტო პირობებიმეტია მეორეზე, მცირე პრევენციის ( $z_0 = 5$ ) გამო ინფორმაციული ომი არ სრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$   $x_0 = y_0$   $x_0=2.5=y_0=2.5z_0=5$



ნახატი 2.2.11 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D=0$ , სასტარტო პირობები მეტია მეორეზე, საკმარისი პრევენციის ( $z_0 = 25$ ) გამო ინფორმაციული ომი სრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$   $x_0 = y_0$   $x_0=2.5=y_0=2.5$   $z_0=25$

$x_0 > y_0$ . ამ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 > 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 > y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანი - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციული ომს. ვანახოთ ეს. შევნიშნოთ, რომ მესამე მხარის მოქმედება, (2.2.15)-დან გამომდინარე, არ არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორი სასტარტო პირობები ჰქონდათ ანტაგონისტურ პირველ და მეორე მხარეებს. ამდენად მსჯელობა მოყვანილი ზემოთ  $z_n$ -ის მიმართ, სამართლიანია ამ შემთხვევაშიც და აქაც, თუ სრულდება (2.2.39) -ის მსგავსი პირობა, კერძოდ, თუ

$$z_0 > \frac{2\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \tag{2.2.43}$$

$$n \geq N^* = \left\lceil \frac{z_0(\alpha + 2)}{\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0)} \right\rceil + 1 \tag{2.2.44}$$

შესაბამისი  $z_n$  -ც გახდება უარყოფითი და სამართლიანია  $z_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ , ანუ მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. განვიხილოთ ეხლა მესამე მხარის მოქმედება, გადავწეროთ (2.2.21) შემდეგნაირად

$$y_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) \left( \frac{1 + \frac{\alpha}{2}}{1 + \alpha} \right)^{n-1} \frac{n}{1 + \alpha} + \frac{x_0 + y_0}{2} \left( \frac{1 + \frac{\alpha}{2}}{1 + \alpha} \right)^n \right) \quad (2.2.44)$$

(2.2.44)-ის მეორე თანამამრავლი მიისწრაფის უარყოფითი რიცხვისკენ  $\frac{y_0 - x_0}{2}$  როცა  $n \rightarrow \infty$ , რადგანაც მისი მეორე და მესამე წევრები უსასრულოდ მცირე არიან. აქედან გამომდინარე  $y_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$  ანუ მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. რაც შეეხება პირველ მხარეს, როცა  $n \rightarrow \infty$ , მაშინ  $x_n \rightarrow +\infty$ , მართლაც (2.2.20) გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$x_n = \left\{ \frac{x_0 - y_0}{2} + \left\{ \frac{x_0 + y_0}{2} + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) \frac{2n}{\alpha + 2} \right\} \left( \frac{1 + \frac{\alpha}{2}}{\alpha + 1} \right)^n \right\} (\alpha + 1)^n \quad (2.2.45)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ  $0 < \frac{1}{\alpha} = \frac{1 + \frac{\alpha}{2}}{1 + \alpha} < 1$  (2.2.46)

(2.2.45)-ში როცა  $n \rightarrow +\infty$ , გარე ფიგურულ ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება მიისწრაფის დადებითი სიდიდისკენ  $\frac{x_0 - y_0}{2}$ , ხოლო ფიგურული ფრჩხილს გარეთ მოთავსებული გამოსახულება მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ და აქედან გამოდის რომ  $x_n \rightarrow +\infty$ . შევნიშნოთ, რომ შიგა ფიგურულ ფრჩხილში, გამოსახულება წრფივად მიისწრაფის ან  $+\infty$  ან  $-\infty$ , ხოლო  $\left( \frac{\alpha + 2}{2(\alpha + 1)} \right)^n$  -კი მაჩვენებლიანი ხარისხით მიისწრაფის ნულისკენ, ამ ორი უკანასკნელი გამოსახულებების ნამრავლიც მიისწრაფის ნულისკენ. ამრიგად, დიდი  $n$ -სთვის  $x_n$  დადებითებია და მიისწრაფიან  $+\infty$ , მაგრამ ისმის კითხვა, გარკვეული პირობებისთვის და შედარებით მცირე  $n$ -სთვის, ხომ არ შეიძლება  $x_n$  გახდეს უარყოფითი, რაც იქნება საფუძველი დავასკვნათ, რომ პირველმა მხარემ დაასრულა იო. მართლაც ეს ასეა. ამისთვის განვიხილოთ  $x_n$ -ის უწყვეტი ანალოგი  $x(t)$ , რომლის მნიშვნელობები დისკრეტულ  $t = 0, 1, 2, \dots$  წერტილებში ემთხვევა  $\{x_n\}$  მიმდევრობის შესაბამის წევრებს  $n = 0, 1, 2, \dots$ -სთვის -  $x(n) = x_n$ . ჩავთვალოთ

$$x(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} (1 + \alpha)^t + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) t \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{t-1} + \frac{x_0 + y_0}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^t \quad (2.2.47)$$

გადავწეროთ, (2.2.47) შემდეგნაირად



$$x(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)^t F(t) \quad (2.2.48)$$

$$F(t) = x_0 + y_0 + (x_0 - y_0) \left(\frac{\alpha + 1}{\frac{\alpha}{2} + 1}\right)^t + \left(\frac{2\beta\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) - \beta z_0\right) t \left(\frac{2}{\alpha + 2}\right)$$

ან (2.2.46)-ის გათვალისწინებით

$$F(t) = x_0 + y_0 + (x_0 - y_0)a^t - \left(\beta z_0 - \frac{2\beta\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0)\right) t \left(\frac{2}{\alpha + 2}\right) \quad (2.2.49)$$

შევნიშნოთ, რომ თუ  $F(t)$  ფუნქცია გადაკვეთს აბსცისას, მაშინ  $x(t)$  -ც გადაკვეთს მას, იმავე წერტილებში, ე.ი. თუ  $F(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნულები, მაშინ (2.2.48)-ის თანახმად, იმავე წერტილები იქნება  $x(t)$  ფუნქციის ნულები. ასე რომ, შეგვიძლია ამ მიმართებით გამოვიკვლიოთ  $F(t)$  და შედეგები გამოვიყენოთ  $x(t)$  -სთვის.  $x(0) = \frac{1}{2} F(0) = x_0 > 0$ . ვიპოვოთ  $F(t)$  ფუნქციის პირველი და მეორე წარმოებულები

$$F'(t) = (x_0 - y_0)a^t \ln a - \left(z_0 - \frac{2\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0)\right) \left(\frac{2\beta}{\alpha + 2}\right) \quad (2.2.50)$$

$$F''(t) = (x_0 - y_0)a^t \ln^2 a \quad (2.2.51)$$

(2.2.51)-დან ჩანს, რომ  $F(t)$  ფუნქციის მეორე წარმოებული დადებითია, ანუ  $F(t)$  ფუნქციის პირველი წარმოებული ზრდადია. და თუ  $t = 0$  -ში  $F(t)$  ფუნქციის პირველი წარმოებული დადებითია  $F'(0) > 0$ , თავად ეს  $F(t)$  ფუნქცია დადებითი მნიშვნელობიდან  $t = 0$  წერტილში  $F(0) = 2x_0 > 0$  -დან იწყებს ზრდას და მიისწრაფის  $+\infty$ , ანუ პირველი მხარე არასდროს არ გადის ნულზე, ანუ არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს. მაგრამ  $z_0$ -ის შერჩევის შემთხვევაში (მისი გაზრდით)  $t = 0$  -ში  $F(t)$  ფუნქციის პირველი წარმოებული უარყოფითია  $F'(0) < 0$ , ანუ  $F(t)$  ფუნქცია თავიდანვე იწყებს კლებას, ხოლო შემდეგ  $F'(t)$  იცვლება უარყოფითი მნიშვნელობიდან დადებითზე, ანუ გადის ნულს და ამ წერტილში  $F(t)$ -ს აბსოლუტური მინიმუმის მნიშვნელობა აქვს. ვნახოთ  $z_0$ -ის რა მნიშვნელობებისთვისაა ეს შესაძლებელი:  $F'(t) < 0$ . ამ უტოლობიდან (2.2.50) -ის გათვალისწინებით, ვღებულობთ.

$$a^t < \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)(x_0 - y_0) \ln a} \quad (2.2.52)$$

(2.2.52) -ს გააჩნია ამონახსნი, თუ კი  $1 < \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)(x_0 - y_0) \ln a}$ , ეს უკანასკნელი კი სრულდება შემდეგი  $z_0$ -ისთვის

$$z_0 > \frac{(x_0 - y_0)(\alpha + 2)\ln a}{2\beta} + \frac{2\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \quad (2.2.53)$$

ამავე  $z_0$ -ისთვის სამართლიანია

$$F'(0) = (x_0 - y_0)\ln a - \left( z_0 - \frac{2\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \right) \left( \frac{2\beta}{\alpha + 2} \right) < 0 \quad (2.2.54)$$

ანუ (2.2.53) პირობისთვის პირველი მხარე თავიდანვე იწყებს ინფორმაციული შეტევების შემცირებას. ვიპოვოთ,  $t^*$ -ის ის მნიშვნელობა, რომლისათვისაც  $F'(t^*) = 0$ ,

$$a^t = \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)(x_0 - y_0)\ln a}, \text{ საიდანაც}$$

$$t^* = \log_a \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)(x_0 - y_0)\ln a} \quad (2.2.55)$$

**ლემა 4.** არსებობს ისეთი  $t^*$ , რომლისთვისაც  $F(t^*) < 0$ .

**დამტკიცება.** მართლაც, ჩავსვათ (2.2.55) მნიშვნელობა (2.2.49)-ში და გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$F(t^*) = x_0 + y_0 - \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)} \log_a \frac{\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)e \ln a} \quad (2.2.56)$$

(2.2.56)-დან ჩანს, რომ დიდი  $z_0$ -ისთვის  $F(t^*) < 0$ , რადგან მისი მესამე წევრი მისი რაფვის  $+\infty$ -სკენ, როგორც ნამრავლი  $z_0$ -ის მიმართ წრფივი და ლოგარითმული ფუნქციების ნამრავლს. ვეძებოთ  $z_0$  შემდეგი სახით

$$z_0 = q \frac{x_0 + y_0}{\alpha} \quad (2.2.57)$$

ჩავსვათ (2.2.57) (2.2.56)-ში მივიღებთ

$$F(t^*) = (x_0 + y_0) \left( 1 - \frac{2\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)} \log_a \frac{\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)e \ln a} \right) < 0 \quad (2.2.58)$$

ეს შესაძლებელია როცა სრულდება ერთ-ერთი ამ შემდეგი პირობებიდან

$$1 - \frac{2\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)} \log_a \frac{\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)e \ln a} < 0 \quad \frac{2\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)} \log_a \frac{\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)e \ln a} > 1$$

მაშასადამე, როცა  $q$  ისე შეირჩევა, რომ მისთვის სრულდება პირობა

$$(q - 2\gamma) \log_a \frac{\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)e \ln a} > \frac{\alpha(\alpha + 2)}{2\beta} \quad (2.2.59)$$

და (2.2.43), (2.2.53) პირობები, მაშინ სამართლიანია  $F(t^*) < 0$  რ.დ.გ.

ლემა 4 -ის ძალით  $x(t)$ -ც  $t^*$  წერტილში ხდება უარყოფითი, რომელიც დიდი პრევენციისთვის. თუ კი  $t^*$ -ს აქვს მთელი მნიშვნელობა, მაშინ  $x(t^*)$ -ს შეესაბამება უარყოფითი  $x_i$ ,  $\{x_n\}$  მიმდევრობიდან, და ამდენად ჩავთვლით რომ პირველი მხარე ასრულებს

ინფორმაციულ ომს. განვიხილოთ შემთხვევა, როცა  $[t^*] < t^* < [t^*] + 1$ , ანუ  $t^* \in [[t^*]; [t^*] + 1]$  მონაკვეთს, და მის საზღვრებს არ ემთხვევა. მაშინ შეიძლება ისე გავზარდოთ  $z_0$  რომ, ან  $x([t^*]) = x_{[t^*]} \leq 0$ , ან  $x([t^*]) = x_{[t^*]+1} \leq 0$ , და მაშინ ვიტყვი, რომ შესაბამისად ან  $n = [t^*]$ , ან  $n = [t^*] + 1$  ში პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. (2.2.50) -ის გათვალისწინებით, შეიძლება შევარჩიოთ  $z_0$  ისე რომ  $[[t^*]; [t^*] + 1]$  მონაკვეთზე სრულდება

$$\begin{aligned} \max_t |F'(t)| &= \max_t |(x_0 - y_0)a^t \ln a - \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)}| < \\ < \max \left\{ \left| \frac{F(t^*)}{t - [t^*]} \right|, \left| \frac{F(t^*)}{[t^*] + 1 - t^*} \right| \right\} &= L \end{aligned} \quad (2.2.60)$$

მაშინ, უწყვეტი თავის წარმოებულთან ერთად  $F(t)$  ფუნქცია  $[[t^*]; [t^*] + 1]$  მონაკვეთზე ლიფშიცის პირობას აკმაყოფილებს და ან  $F([t^*]) < 0$ , შესაბამისად  $x([t^*]) = x_{[t^*]} \leq 0$ , ანაც  $F([t^*] + 1) < 0$  და შესაბამისად  $x([t^*]) = x_{[t^*]+1} \leq 0$ . შევნიშნოთ, რომ თუ (2.2.60)- ში ავიღებთ  $\min \left\{ \left| \frac{F(t^*)}{t - [t^*]} \right|, \left| \frac{F(t^*)}{[t^*] + 1 - t^*} \right| \right\} = L$  მაშინ ერთროულად სრულდება:  $F([t^*]) < 0$ , შესაბამისად  $x([t^*]) = x_{[t^*]} \leq 0$ , და  $F([t^*] + 1) < 0$ , შესაბამისად  $x([t^*]) = x_{[t^*]+1} \leq 0$ , ამრიგად, სათანადოდ შერჩეული პრევენციისთვის -  $z_0$ , პირველი მხარე, ისევე როგორც მეორე და მესამე მხარეები, ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

$x_0 < y_0$ . იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიმართეს პრევენციულ ზომებს  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს სხვადასხვა სასტარტო პირობებში, ამასთან  $x_0 < y_0$ , მაშინ ვღებულობთ წინა შემთხვევის -  $x_0 > y_0$ , სიმეტრიულ შედეგებს: დიდი პრევენციის დროს ამჯერად უკვე მეორე მხარის "გაყვანა" შესაძლებელი ნულზე, მანამ იგი დიდი  $n$ -სთვის მიიღებს რაგინდ დიდ მნიშვნელობას, ანუ მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს; რაც შეეხება პირველ და მესამე მხარეებს ისინი სულ ამცირებენ თავიანთ აქტიურობას, გადიან ნულზე ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსისა ( $\alpha$ ) კვადრეტი ნაკლებია სამშვიდობო მზადყოფნის ( $\beta$ ) და სამშვიდობო აქტივობის ( $\gamma$ ) გარვამაგებული ნამრავლისა. ამიტომ მოსალოდნელია, რომ სამშვიდობო აქტივობა "მოთოკავს" ანტაგონისტურ მხარეების აგრესიას.

$x_0 = y_0$ . მართლაც, თუ საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 > 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედ-

დება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგადაა. გადავწეროთ (2.1.22), (2.1.30) და (2.1.31) შემდეგნაირად:

$$z_n = (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(4\gamma x_0 - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2} \sin(n\theta + \varphi)} \quad (2.2.61)$$

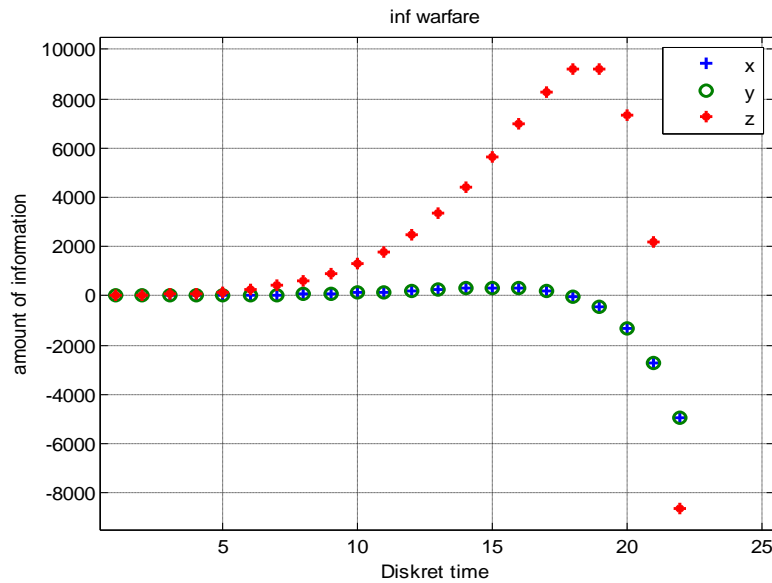
$$x_n = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(4\gamma x_0 - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2} \sin(n\theta + \varphi + \omega)} (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.2.62)$$

$$y_n = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(4\gamma x_0 - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2} \sin(n\theta + \varphi + \omega)} (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.2.63)$$

სადაც  $\varphi, \theta, \omega$  განისაზღვრება შესაბამისად (2.2.23) და (2.2.31)-დან. სამივე (2.2.61), (2.2.62), (2.2.63) გამოსახულების ყველა თანამამრავლი ტრიგონომეტრიული ფუნქციის - სინუსის გარდა დადებითია, ამიტომ  $x_n, y_n, z_n$  შეიძლება გახდეს ნული ან უარყოფითი, რასაც მივიჩნევთ ინფორმაციული ომის დასრულებად, სინუსის შემცველი გამოსახულებების შესაბამისად ნულთან ან უარყოფით რიცხვთან გატოლებით. პირველი და მეორე მხარე ერთნაირად, ფაქტიურად იგივეურად მოქმედებენ ინფორმაციულ ომში -  $x_n = y_n$ , ამიტომ, გამოვიკვლიოთ მხოლოდ, დავუშვათ პირველი მხარის მოქმედება ინფორმაციულ ომში. მეორე მხარისთვის პირველის შედეგები იქნება სამართლიანი. ვნახოთ, როდის ხდება  $\sin(n\theta + \varphi + \omega) = 0$  ნულის ტოლი ან უარყოფითი პირველივე შემთხვევისთვის.  $\sin(n\theta + \varphi + \omega) = 0$  -დან გვაქვს  $n_* = \frac{\pi - \omega - \varphi}{\theta}$ . თუ კი  $n_* = [n_*]$  და  $n_* \geq 1$ , სადაც კვადრატული ფრჩხილები აღნიშნავს რიცხვის მთელ მაწილს, მაშინ ჩავთვლით, რომ ინფორმაციული ომი დასრულდა  $n = n_*$ -სთვის. თუ კი  $n_* \neq [n_*]$ , ანუ  $[n_*] < n_* < [n_*] + 1$ , მაშინ  $\sin([n_*]\theta + \varphi + \omega) > 0$  და  $\sin([n_* + 1]\theta + \varphi + \omega) < 0$ . ანუ  $n = [n_*]$  -სთვის  $x_n, y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n + 1 = [n_*] + 1$ -სთვის ისინი უკვე უარყოფითები არიან, ანუ ინფორმაციული ომი პირველმა და მეორე მხარემ დაასრულეს. რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს, ისინი გადიან ნულზე:  $n_{**} = \frac{\pi - \varphi}{\theta}$ ,  $n = [n_{**}]$  -ში,  $z_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n + 1 = [n_{**}] + 1 = [\frac{\pi - \varphi}{\theta}] + 1$ -სთვის ის უკვე უარყოფითია. თუმცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $z_n$ , შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_{**}$  ნატურალური რიცხვისთვის. ამდენად მესამე მხარე ასრულებს მშვიდობისმყოფელი განცხადებების გავრცელებას, შემდეგ, ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაასრულეს ინფორმაციული ომი:  $[n_*] \leq [n_{**}]$ . მაშასადამე, ნებისმიერი დონის პრევენციის მიუხედავად სამივე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. იხილე ლისტინგი 2.2.5 და ნახატი 2.2.12.

### ლისტინგი 2.2.5

```
% discrete prevention D<0 tanabari sawyisi%
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=2; N=22;
x0=2.5; y0=2.5; z0=5;
d0=8*beta*gamma-alfa^2;d=sqrt(d0);u=2*gamma*(x0+y0)-alfa*z0;
omega=atan(d/alfa); teta=atan(d/(alfa+2));fi=atan(z0*d/u);
k1=alfa+2*beta*gamma+1;k2=sqrt(z0^2+u^2/d0);k3=sqrt(beta/(2*gamma));
n=0:N; k=sqrt(k1.^n); z1=k2*k;
z=z1.*sin(teta*n+fi);
x=((x0-y0)*(1+alfa).^n)/2+k3*k2*sin(teta*n+fi+omega).*k;
y=((y0-x0)*(1+alfa).^n)/2+k3*k2*sin(teta*n+fi+omega).*k;
plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'LineWidth',1.5)
title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on
```



ნახატი 2.2.12 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D < 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები, ნებისმიერი პრევენციის დროს ინფორმაციული ომი სრულდება

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 = y_0 \quad x_0 = y_0 = 2,5$$

$x_0 > y_0$  თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე, მაშინ (2.2.30)-დან, გავუტოლებთ რა ნულს  $x_n$ -ს, ვიპოვიით  $n_*$ -ს, დისკრეტულ დროს, რომლისათვისაც პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

$$\frac{x_0 - y_0}{2}(1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} = 0 \quad (2.2.64)$$

(2.2.64)-დან მივიღებთ

$$\sin(n\theta + \varphi + \omega) = -\frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \quad (2.2.65)$$

(2.2.65)-ის ამოხსნა არსებობს იმ შემთხვევაში, როცა

$$0 \leq \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \leq 1 \quad (2.2.66)$$

განვიხილოთ სამი შემთხვევა: ა) ფუძე ერთის ტოლია -  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} = 1$ , რაც მიიღწევა

იმ შემთხვევაში, თუ  $\alpha, \beta, \gamma$  აკმაყოფილებენ პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \alpha = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} \end{cases} \quad (2.2.67)$$

და მაშინ (2.2.66) სრულდება ყველა  $n$ -სთვის, თუ კი სათანადო სიდიდემდე გავზრდით  $z_0$  და (2.2.65)-ის ამონახსნისთვის აღვნიშნოთ, მთელი ნაწილი  $t_*$ -სი, ჩავთვალოთ

$$n_{*,1} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} \right) + \frac{\pi - \omega - \varphi}{\theta} \right] \quad (2.2.68)$$

სადაც კვადრატული ფრჩხილები აქ და ყველგან აღნიშნავს ფრჩხილებში მოთავსებული სიდიდის მთელ ნაწილს. მაშინ  $n = n_{*,1}$ -სთვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$ -სთვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. რაც შეეხება მეორე მხარეს

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2}(1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (2.2.69)$$

თუ (2.2.69) გახდება ნული ან უარყოფითი, ეს ნიშნავს იმას, რომ მეორე მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი. თავიდან  $y_0$  დადებითია, მაგრამ შემდეგ იგი მცირდება და ნულის ტოლი ან ნულზე ნაკლები ხდება. მართლაც, ჩავწეროთ (2.2.69) შემდეგნაირად

$$y_n = (1 + \alpha)^{\frac{n}{2}} \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) \left( \frac{\alpha + 2\beta\gamma + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \quad (2.2.70)$$

(2.2.70)-ში პირველი თანამამრავლი ყოველთვის დადებითია და ზრდადი, მეორე კი ნიშანცვლადია, თუ კი სათანადო სიდიდემდე გავზრდით  $z_0$  და როგორც კი მეორე თანამამრავლი გახდება ნული ან უარყოფითი, მაშინ  $y_n$ -ც გახდება ნული ან უარყოფითი,

ვნახოთ თუ რა დროს მოხდება ეს. ამისთვის გავუტოლოთ ნულს (2.2.70)-ის მეორე თანამართლი და მისი ამონახსნის საშუალებით შევარჩიოთ  $n$ -ის ის მნიშვნელობა როცა (2.2.70) ან ნულია ან უარყოფითი, ამასთან ვეძებთ პირველივე ასეთ  $n$ -ს. ვთქვათ

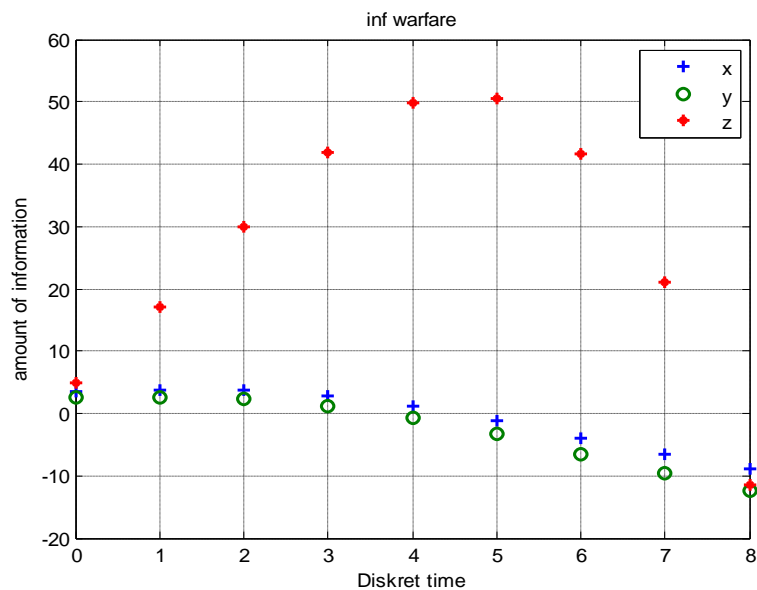
$$n_{*,2} = [t_*] = \left[ -\frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{y_0 - x_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} \right) - \frac{\omega + \varphi}{\theta} \right] \quad (2.2.71)$$

სადაც  $t_*$  ამონახსნია უწყვეტი დამოუკიდებელი ცვლადის მიმართ. თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $y_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*,2} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და  $n_{*,2}$ -სთვის  $y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_{*,2} + 1$ -სთვის კი უკვე უარყოფითი. ამასთან საერთაშორისო ორგანიზაციები ასრულებენ მშვიდობისმყოფელ აქტიურობას. და ეს მოხდება, როცა

$$z_n = (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi) = 0 \quad (2.2.72)$$

$$n_{*,3} = [t_*] = \left[ \frac{\pi - \varphi}{\theta} \right] \quad (2.2.73)$$

შევნიშნოთ, რომ  $n_{*,2} < n_{*,1}$  (იხილეთ ნახატი 2.2.13)



ნახატი 2.2.13 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, ფუძე ერთის ტოლია  $p=1$   $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,17$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$   $x_0 > y_0$   $x_0 = 3,5 > y_0 = 2,5$   $z_0 = 5$

ბ) ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} < 1$  - რაც მიიღწევა მაშინ, როცა  $\alpha, \beta, \gamma$  აკმა-

ყოფილებენ პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \alpha < \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} \end{cases} \quad (2.2.74)$$

(2.2.74)-დან გამომდინარე  $0 < \alpha < \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2}$ . ამ შემთხვევაში კი (2.2.65) -ის ამოხსნა -  $n_{*,1}$  (2.2.66)-ის გათვალისწინებით, უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას

$$n_{*,1} > 2 \log_p \left( \frac{2}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (2.2.75)$$

ხოლო  $n_{*,1}$  - არის  $t_*$ -ს მთელი ნაწილი  $n_{*,1} = [t_*]$

$$[t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} p^{\frac{t_*}{2}} \right) + \frac{\pi - \omega - \varphi}{\theta} \right] \quad (2.2.76)$$

$t_*$  აკმაყოფილებს (2.2.76) -ს მარჯვენა ნაწილიდან მიღებულ განტოლებას განხილულს კვადრატული ფრჩხილების გარეშე. თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $x_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*,1} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და ვიტყვით, რომ  $n = n_{*,1}$ -სთვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$  ისთვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ორივე შემთხვევაში ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. რაც შეეხება მეორე მხარეს, ისიც დროის რომელიღაც მომენტში ხდება უარყოფითი, ანუ მეორე მხარეც წყვეტს ინფორმაციულ ომს. ამასთან  $n_{*,2}$ -თვის

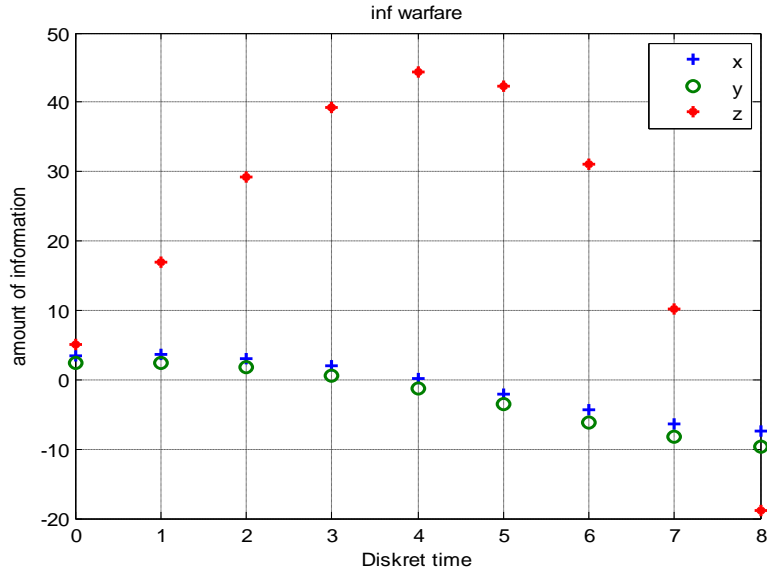
$$n_{*,1} > 2 \log_p \left( \frac{2}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (2.2.77)$$

სადაც  $n_{*,2}$  არის  $t_*$ -ს მთელი ნაწილი, რომელიც შემდეგი განტოლების ამონახსნია

$$n_{*,2} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} p^{t_*/2} \right) - \frac{\omega + \varphi}{\theta} \right] \quad (2.2.78)$$

$t_*$  აკმაყოფილებს (2.2.78) -ს მარჯვენა ნაწილიდან მიღებულ განტოლებას განხილულს კვადრატული ფრჩხილების გარეშე. სამშვიდობო ორგანიზაციები ამ შემთხვევაშიც ასრულებენ თავის აქტიურობას და მათთვის სამართლიანია (2.2.73). იხილეთ ნახატი 2.2.14 .





ნახატი 2.2.14 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p < 1$   $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,1$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$   $x_0 > y_0$   $x_0 = 3,5 > y_0 = 2,5$   $z_0 = 5$

გ) ფუძე ერთზე მეტია  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} > 1$ , რაც მიიღწევა, თუ  $\alpha, \beta, \gamma$  აკმაყოფილებენ

პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} < \alpha \end{cases} \quad (2.2.79)$$

(2.2.79) -დან გამომდინარეობს, რომ  $\frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma}$  ამ შემთხვევაში კი

(2.2.65) -ის ამოხსნა  $n_{*,1}$  (2.2.66) -ის გათვალისწინებით, უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას

$$0 < n_{*,1} < 2 \log_p \left( \frac{2}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (2.2.80)$$

ხოლო  $n_{*,1}$  - არის  $t_*$  -ს მთელი ნაწილი, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას

$$n_{*,1} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2 (8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} p^{t_*/2} \right) + \frac{\pi - \omega - \varphi}{\theta} \right] \quad (2.2.81)$$

$t_*$  აკმაყოფილებს (2.2.81) -ს მარჯვენა ნაწილიდან მიღებულ განტოლებას განხილულს კვადრატული ფრჩხილების გარეშე. თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $x_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*,1} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და ვიტყვი, რომ  $n = n_{*,1}$  -სთვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$  ითვის კი უკვე უარყო-

ფითი. ეს კი ორივე შემთხვევაში ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. რაც შეეხება მეორე მხარეს, ისიც დროის რომელიღაც დისკრეტულ მომენტში ხდება უარყოფითი, ანუ მეორე მხარეც წყვეტს ინფორმაციულ ომს. ამასთან  $n_{*,2}$  -

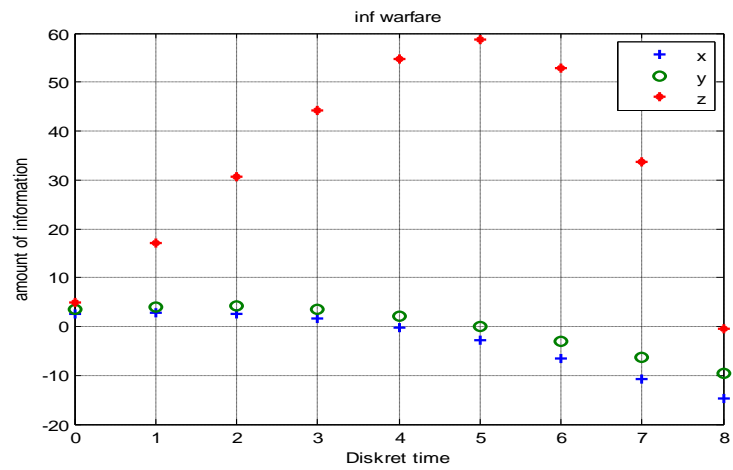
თვის  $0 < n_{*,2} < 2 \log_p \left( \frac{2}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right)$  სადაც  $n_{*,2}$  არის  $t_*$ -ს მთელი ნა-

წილი, რომელიც შემდეგი განტოლების ამონახსნია

$$n_{*,2} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} p^{t_*/2} \right) - \frac{\omega + \varphi}{\theta} \right] \quad (2.2.83)$$

$t_*$  აკმაყოფილებს (2.2.83) -ს მარჯვენა ნაწილიდან მიღებულ განტოლებას განხილულს კვადრატული ფრჩხილების გარეშე. სამშვიდობო ორგანიზაციები ამ შემთხვევაშიც ასრულებენ თავის აქტიურობას და მათთვის სამართლიანია (2.2.73). ამდენად, როცა  $D < 0$ , და  $(x_0 > y_0)$  - ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ, პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორის სასტარტო პირობაზე, მაშინ გარკვეული პირობებისთვის (სამშვიდობო აქტიურობის კოეფიციენტის და პრევენციის გაზრდით) ინფორმაციული ომი სრულდება, ამასთან თავიდან მეორე მხარე, ანუ ის, ვისაც ნაკლები სასტარტო პირობები აქვს, ასრულებს ინფორმაციულ ომს, ხოლო შემდეგ კი პირველი მხარე, მას მეტი სასტარტო პირობები გააჩნია. ინფორმაციული ომის დისკრეტული მათემატიკური მოდელის შესაბამისი პარამეტრების შემთხვევაში საერთაშორისო ორგანიზაციები შეწყვეტენ მშვიდობისმყოფელი განცხადებების გავრცელებას, მას მერე რაც პირველი მხარე დაასრულებს ინფორმაციულ ომს.

$x_0 < y_0$ , თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორის სასტარტო პირობაზე, მაშინ მხარეები ცვლიან როლებს და მივიღებთ წინა პუნქტის სიმეტრიულ რეზულტატებს, ოღონდ, უკვე პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს თავიდან, ხოლო შემდეგ მეორე. იხილე ნახატი 2.2.15.



ნახატი 2.2.15 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორისაზე, ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,23; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 2 \quad x_0 < y_0 \quad x_0 = 2,5 < y_0 = 3,5 \quad z_0 = 5$$

## თავი III. ინფორმაციული ომის არაწრფივი მათემატიკური მოდელები

იმ შემთხვევაში, როცა სიდიდეები, რომლებიც ახასიათებენ ამა თუ იმ ობიექტს, იცვლება მცირედ, ან უმნიშვნელოდ, მაშინ ამ ობიექტის, ან მასთან დაკავშირებული პროცესების აღსაწერად წრფივი მათემატიკური მოდელების გამოყენება ადეკვატურ შედეგებს იძლევა და სამართლიანია. მაგრამ უკვე ობიექტის პარამეტრების დიდი ცვლილებებისას წრფივი მოდელები ხშირად იმდენად ეფექტურად "აღარ მუშაობენ". ამ შემთხვევაში ობიექტის, ან მასთან დაკავშირებული პროცესების აღსაწერად უფრო მისაღებია არაწრფივი მათემატიკური მოდელების გამოყენება. ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ ინფორმაციული ომის ორ: მოწინააღმდეგის იგნორირებისა და ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგების არაწრფივ უწყვეტ მათემატიკურ მოდელებს. ინფორმაციულ ომს აღწერთ არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით და შევისწავლით შესაბამისად წარმოქმნილ კომის ამოცანებს [11;30;38].

### §3.1. მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის არაწრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელი

ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგის იგნორირების შემთხვევაში მათემატიკური მოდელის ასაგებად გავითვალისწინოთ აგრესიული და მშვიდობისმყოფელი მხარეების ურთიერთდამოკიდებულობის ცვლილება ინფორმაციული ომის მიმდინარეობისას. ჩავთვალოთ, რომ აგრესიული მხარის განცხადებათა გავრცელების სისწრაფე პროპორციულია არსებული - გავრცელებული განცხადებების რაოდენობისა გამრავლებულს მესამე, მშვიდობისმყოფელი მხარის მიერ გავრცელებული განცხადებების გადახრის რაოდენობაზე, რომელიდაც წონასწორობის მნიშვნელობისგან.

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_1(t)N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_2(t)N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma(N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (3.1.1)$$

$$\alpha, \beta, \gamma > 0 \quad (3.1.2)$$

$$N_1(0) = N_{10} \geq 0, \quad N_2(0) = N_{20} \geq 0, \quad N_3(0) = N_{30} \geq 0 \quad (3.1.3)$$

$N_{10}, N_{20}, N_{30}$  არაუარყოფითია. (3.1.1) -ის შემთხვევაში გადახრად შეიძლება მივიჩნიოთ სხვაობა აგრესიულობის კოეფიციენტსა ( $\alpha$ ) და სამშვიდობო მზაობისა და მშვიდობის-მყოფელი განცხადებების ნამრავლს ( $\beta N_3(t)$ ) შორის:  $\alpha - \beta N_3(t)$ . განვიხილოთ არატრივიალური ამოხსნების შემთხვევები.

(3.1.1) სისტემის პირველი და მეორე განტოლებების შეკრებით გვექნება

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(N_1 + N_2) &= \alpha(N_1 + N_2) - \beta N_3(N_1 + N_2) \quad \text{ან} \\ \frac{d}{dt}(N_1 + N_2) &= (N_1 + N_2)(\alpha - \beta N_3) \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

შევნიშნოთ, რომ  $N_1 + N_2 = \frac{1}{\gamma} \frac{dN_3}{dt}$ , მაშინ (3.1.4) გადაიწერება  $\frac{1}{\gamma} \frac{d^2 N_3}{dt^2} = \frac{1}{\gamma} \frac{dN_3}{dt} (\alpha - \beta N_3)$

$$\frac{d^2 N_3}{dt^2} = (\alpha - \beta N_3) \frac{dN_3}{dt} \quad (3.1.5)$$

ამდენად, მივიღეთ მეორე რიგის არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლება  $N_3$  -ის მიმართ, რომელშიც ცხადი სახით არ შედის დამოუკიდებელი ცვლადი  $t$ . ამიტომ (3.1.5) -ის რიგის დასაწევად შემოვიტანოთ აღნიშვნა  $\frac{dN_3}{dt} = q(N_3)$ , მაშინ

$$\frac{d^2 N_3}{dt^2} = \frac{d}{dt} \frac{dN_3}{dt} = \frac{d}{dt} q(N_3) = \frac{dq(N_3)}{dN_3} \frac{dN_3}{dt}$$

$$\text{ანუ } q'q - (\alpha - \beta N_3)q = 0$$

$$q(q' + \beta N_3 - \alpha) = 0 \quad (3.1.6)$$

(3.1.6) განტოლება იშლება ორ განტოლებად

$$\text{I. } q=0, \quad \frac{dN_3}{dt}=0 \quad (3.1.7)$$

$$N_3(t) = N_{30} \quad (3.1.8)$$

(3.1.3) საწყისი პირობების გათვალისწინებით. მაშინ (3.1.1) სისტემის პირველი და მეორე განტოლებები მიიღებენ სახეს  $\frac{d}{dt} N_1 = \alpha N_1 - \beta N_{30} N_1$ ;  $\frac{d}{dt} N_2 = \alpha N_2 - \beta N_{30} N_2$

მათ ამოხსნებს აქვს სახე  $|N_1(t)| = C_1 e^{(\alpha - \beta N_{30})t}$ ;  $|N_2(t)| = C_2 e^{(\alpha - \beta N_{30})t}$ , სადაც  $C_1, C_2$  არაუარყოფითი კონსტანტებია. ზოგადად კი გვაქვს

$$N_1(t) = C_1 e^{(\alpha - \beta N_{30})t}, \quad N_2(t) = C_2 e^{(\alpha - \beta N_{30})t} \quad (3.1.9)$$

სადაც  $C_1, C_2$  ნებისმიერი კონსტანტაა. (3.1.9)-დან და საწყისი პირობებიდან გვაქვს

$$N_1(0) = C_1 = N_{10}; \quad N_2(0) = C_2 = N_{20}.$$

ამდენად (3.1.9) მიიღებს სახეს

$$N_1(t) = N_{10} e^{(\alpha - \beta N_{30})t}, \quad N_2(t) = N_{20} e^{(\alpha - \beta N_{30})t} \quad (3.1.10)$$

(3.1.1) -ის მესამე განტოლებიდან  $t = 0$  -სთვის გვაქვს

$$\frac{dN_3(0)}{dt} = \gamma(N_1(0) + N_2(0)) = 0 \quad (3.1.11)$$

რადგანაც  $\gamma > 0$ , ამიტომ  $N_1(0) + N_2(0) = 0$ , ხოლო თავის მხრივ ყოველი შესაკრები (3.1.3)-ის ძალით არაუარყოფითია, აქედან გამომდინარე  $N_1(0) = N_2(0) = 0$ . მაშასადამე, (3.1.9)-დან ვღებულობთ

$$N_1(t) \equiv 0, N_2(t) \equiv 0, N_3(t) = N_{30} \quad (3.1.12)$$

ამდენად,  $q = 0$  შემთხვევაში გვაქვს შეზღუდვები პირველი და მეორე მხარის საწყის პირობებზე - ისინი ნულის ტოლია და აქედან გამომდინარე კი ვღებულობთ, რომ დაპირისპირებული მხარეები არ ავრცელებენ მაპროვოცირებელ განცხადებებს, ანუ არ მონაწილეობენ ინფორმაციულ ომში, ეს კი მიიღწევა მესამე მხარის პრევენციული მოქმედებით, რომელიც მუდმივი მნიშვნელობის რაოდენობით ავრცელებს მშვიდობისმყოფელ განცხადებებს  $N_{30} > 0$

II. ვთქვათ ახლა

$$\frac{d}{dN_3} q + \beta N_3 - \alpha = 0 \quad (3.1.13)$$

$N_3$  მიმართ ინტეგრირებით გვექნება  $q = \alpha N_3 - \frac{\beta}{2} N_3^2 + C$  სადაც  $C$  მუდმივია

$$\frac{dN_3}{dt} = \alpha N_3 - \frac{\beta}{2} N_3^2 + C \quad (3.1.14)$$

$t = 0$  -სთვის, (3.1.1) სისტემის მესამე განტოლებიდან (3.1.2) პირობის გათვალისწინებით გვაქვს  $\gamma(N_1(t) + N_2(t)) - \alpha N_3(t) + \frac{\beta}{2} N_3^2(t) = C$

$$\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30} + \frac{\beta}{2} N_{30}^2 = C \quad (3.1.15)$$

ჩავსვათ  $C$ -ს მნიშვნელობა (3.1.15)-დან (3.1.14)-ში და ამოვხსნათ მიღებული ჩდგ.

$$\frac{dN_3}{dt} = \alpha N_3 - \frac{\beta}{2} N_3^2 + \gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30} + \frac{\beta}{2} N_{30}^2 \quad (3.1.16)$$

$$\frac{dN_3(t)}{-\frac{\beta}{2} N_3^2(t) + \alpha N_3(t) + \gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30} + \frac{\beta}{2} N_{30}^2} = dt \quad (3.1.17)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა

$$\Delta = -\alpha^2 + 4\left(-\frac{\beta}{2}\right)\left(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30} + \frac{\beta}{2} N_{30}^2\right) \quad (3.1.18)$$

$$\Delta = -(\beta N_{30} - \alpha)^2 - 2\beta\gamma(N_{10} + N_{20}) \quad (3.1.19)$$

(3.1.3) პირობის გამო  $\Delta$  არადადებითია, განვიხილოთ  $\Delta=0$  და  $\Delta < 0$  ცალ-ცალკე.

ა)  $\Delta=0$ , მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა (3.1.19) -ის ორივე წევრი ერთდროულად ნულის ტოლია

$$\begin{cases} N_{30} = \frac{\alpha}{\beta} \\ N_{10} = N_{20} = 0 \end{cases} \quad (3.1.20)$$

ამ შემთხვევაში (3.1.17) მიიღებს სახეს

$$\frac{dN_3(t)}{-\frac{\beta}{2}(N_3(t) - \frac{\alpha}{\beta})^2} = dt \quad (3.1.21)$$

მოვახდინოთ (3.1.21)-ის ინტეგრირება

$$\frac{2}{\beta(N_3(t) - \frac{\alpha}{\beta})} = t + C \quad (3.1.22)$$

სადაც  $C$  მუდმივია. (3.1.22)-დან ვღებულობთ

$$N_3(t) = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{2}{\beta(t+C)} \quad (3.1.23)$$

$C$  მუდმივა (3.1.23)-ში განვსაზღვროთ საწყისი პირობიდან.  $t = 0$ -სთვის კი გვაქვს

$$N_{30} - \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{\beta C} \quad (3.1.24)$$

(3.1.24) -ის მარცხენა მხარე ნულის ტოლია, რადგან  $N_{30} = \frac{\alpha}{\beta}$ . ე.ი.  $C$  მუდმივა განუსაზღვრელად დიდია. ამ შემთხვევაში კი (3.1.23)-დან მარჯვენა მხარის მეორე წევრი ნულს უტოლდება და  $N_3(t)$  მუდმივის ტოლია. კერძოდ,

$$N_3(t) = \frac{\alpha}{\beta} \quad (3.1.25)$$

ჩვენ დავდივართ I შემთხვევამდე და აქაც გვაქვს  $N_1(t) \equiv 0$ ,  $N_2(t) \equiv 0$ ,  $N_3(t) = \frac{\alpha}{\beta}$ . ამდენად, ამშემთხვევაში გვაქვს შეზღუდვები პირველი და მეორე მხარის საწყისი პირობებზე - ისინი ნულის ტოლია და ასევე მესამე მხარია საწყისი პირობაზე  $N_{30} = \frac{\alpha}{\beta}$ . აქედან გამომდინარე კი ვღებულობთ, რომ დაპირისპირებული მხარეები არ ავრცელებენ მაკროეკონომიკურ განცხადებებს, ანუ არ მონაწილეობენ ინფორმაციულ ომში, ეს კი მიიღწევა მესამე მხარის პრევენციული მოქმედებით, რომელიც მუდმივი მნიშვნელობის რაოდენობით ავრცელებს მშვიდობისმყოფელ განცხადებებს  $N_{30} > 0$

ბ)  $\Delta < 0$ , შემოვიტანოთ აღნიშვნა  $k = \sqrt{-\Delta}$ , მაშინ (3.1.17) -ის ინტეგრირებით მივიღებთ

$$\frac{1}{k} \ln \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = t + \ln C, \text{ სადა } C \text{ დადებითი კონსტანტაა, მოვახდინოთ გარდაქმნე-}$$

$$\text{ბო } \ln \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = k(t + \ln C); \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = e^{k(t + \ln C)}; \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = e^{kt + \ln C^k}$$

$$\left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = C^k e^{kt}, \text{ აღვნიშნოთ } C^k \text{ ისევ დადებითი } C \text{-თი; } \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = C e^{kt},$$

მოვხსნათ მოდული;  $\frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} = C e^{kt}$ , აქ  $C$  მუდმივა უკვე ნებისმიერი ნიშნისაა

$$-\beta N_3(t) + \alpha - k = -C\beta N_3(t)e^{kt} + C\alpha e^{kt} + Ck e^{kt}; (C e^{kt} - 1)\beta N_3(t) = \alpha(C e^{kt} - 1) + k(C e^{kt} + 1)$$

$$N_3(t) = \frac{\alpha(C e^{kt} - 1) + k(C e^{kt} + 1)}{\beta(C e^{kt} - 1)} \quad (3.1.26)$$

$C$  მუდმივა განვსაზღვროთ (3.1.26)-დან (3.1.3) საწყისი პირობის გათვალისწინებით

$$N_3(0) = N_{30} = \frac{\alpha(C - 1) + k(C + 1)}{\beta(C - 1)}; N_{30} = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{k(C + 1)}{\beta(C - 1)}; N_{30}\beta C - N_{30}\beta = \alpha C - \alpha + kC + k$$

$$(N_{30}\beta - \alpha - k)C = N_{30}\beta - \alpha + k$$

$$C = \frac{N_{30}\beta - \alpha + k}{N_{30}\beta - \alpha - k} \quad (3.1.27)$$

ამდენად (3.1.26)-ში  $C$ -ს მნიშვნელობა გამოითვლება (3.1.27) ფორმულით. განვსაზღვროთ  $C$ -ს ნიშანი. (3.1.27)-ში მრიცხველი დადებითია, რადგანაც

$$k = \sqrt{(\beta N_{30} - \alpha)^2 + 2\beta\gamma(N_{10} + N_{20})} > 0, k > |\beta N_{30} - \alpha| \quad (3.1.28)$$

(3.1.28) უტოლობების ძალით (3.1.27) წილადის მნიშვნელი უარყოფითია, ამდენად მუდმივა  $C$  უარყოფითია. წარმოვადგინოთ (26) შემდეგნაირად

$$N_3(t) = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{k(C e^{kt} - 1 + 2)}{\beta(C e^{kt} - 1)} = \frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(C e^{kt} - 1)}$$

$$N_3(t) = \frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(C e^{kt} - 1)} \quad (3.1.29)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$  მაშინ  $N_3(t) \rightarrow \frac{\alpha + k}{\beta}$ . ვიცით რომ  $t = 0$ -ში  $N_3(t) = N_{30}$ , და ამ საწყისი წერტილიდან  $N_3(t)$ -ის ყოფაქცევისთვის გამოვთვალოთ მისი წარმოებული:

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = -\frac{2k^2 C e^{kt}}{\beta(C e^{kt} - 1)^2} > 0 \quad (3.1.30)$$

რადგანაც  $C < 0$ , ე.ი.  $N_3(t)$  ზრდადია, იგი  $N_{30}$ -დან იზრდება მონოტონურად და ასიმ-



პტოტურად უახლოვდება  $\frac{\alpha+k}{\beta}$ -ს ქვემოდან. ეხლა განვსაზღვროთ  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ , ამისთვის ჩავსვათ  $N_3(t)$ -ის მნიშვნელობა აღებული (3.1.29) -დან (3.1.1) სისტემის პირველ და მეორე განტოლებებში. ჩვენ ჩავატარებთ  $N_1(t)$ -ის განსაზღვრას, ხოლო  $N_2(t)$ -ისთვის ის ანალოგიურად მოიძებნება.  $\frac{\dot{N}_1}{N_1} = \alpha - \beta\left(\frac{\alpha+k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt}-1)}\right)$ ;  $\frac{\dot{N}_1}{N_1} = -k - \frac{2k}{(Ce^{kt}-1)}$ . ვახდენთ ინტეგრირებას  $\ln |N_1(t)| = -kt - \int \frac{2kdt}{Ce^{kt}-1} + \ln C_1$ ;  $C_1 > 0$ ,  $\ln |N_1(t)| = kt - 2\ln |Ce^{kt}-1| + \ln C_1$   
 $\ln |N_1(t)| = kt + \ln(Ce^{kt}-1)^{-2} + \ln C_1$ ;  $|N_1(t)| = C_1(Ce^{kt}-1)^{-2} e^{kt}$

$$N_1(t) = C_1 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt}-1)^2} \quad (3.1.31)$$

(3.1.31)-ში  $C_1$  ნებისმიერი ნიშნისაა და ვიპოვოთ ის (3.1.3) საწყისი მნიშვნელობით.

$$N_{10} = C_1 \frac{1}{(C-1)^2}, C_1 = N_{10}(C-1)^2 \quad (3.1.32)$$

ჩავსვათ (3.1.32) (3.1.31)-ში და მივიღებთ

$$N_1(t) = N_{10}(C-1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt}-1)^2} \quad (3.1.33)$$

ანალოგიურად გამოითვლება  $N_2(t)$  და გვექნება

$$N_2(t) = N_{20}(C-1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt}-1)^2} \quad (3.1.34)$$

$N_1(t)$  და  $N_2(t)$ , (3.1.33),(3.1.34) -ის ძალით არიან დადებითი ფუნქციები, როცა  $t \rightarrow +\infty$  ისინი მონოტონურად კლებადები არიან და ასიმპტოტურად უახლოვდებიან 0-ს ზემოდან, ამასთან ნულს არ გადაკვეთენ. ე.ი. პირველი და მეორე მხარეები დროის გარკვეული მონაკვეთიდან ავრცელებენ, რაგინდ მცირე მაპროვოცირებელ განცხადებებს, ანუ პრაქტიკულად წყვეტენ ინფორმაციული ომს, და ეს შედეგი განპირობებულია მესამე მხარის აქტიურობით, რომელიც მუდმივად აგრძელებს დამამშვიდებელი განცხადებების გავრცელებას თითქმის ერთი და იმავე რაოდენობის ინტენსივობით. განვიხილოთ, თუ როგორ რეაგირებენ პირველი და მეორე მხარეები მშვიდობისმყოფელ განცხადებებზე. ძირითადად გამოვიკვლიოთ პირველი მხარის ყოფაქცევა, რადგან მიღებული შედეგი ადვილად იქნება მორგებული მეორე მხარისთვის. გამოვთვალოთ  $N_1(t)$  -ს წარმოებული

$$\frac{d}{dt} N_1(t) = N_1(\alpha - \beta N_3(t)); \frac{d}{dt} N_1(t) = N_{10}(C-1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt}-1)^2} \left(\alpha - \beta \left(\frac{\alpha+k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt}-1)}\right)\right)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N_1(t) &= N_{10}(C-1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt}-1)^2} \left( \alpha - \alpha - k - \frac{2k}{(Ce^{kt}-1)} \right) \\ \frac{d}{dt} N_1(t) &= -N_{10}(C-1)^2 k \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt}-1)^2} \left( 1 + \frac{2}{(Ce^{kt}-1)} \right) \end{aligned} \quad (3.1.35)$$

$N_1(t)$  წარმოებული  $t=0$  წერტილში ტოლია

$$\frac{d}{dt} N_1(0) = -N_{10} k \frac{C+1}{C-1} \quad (3.1.36)$$

$C < 0$ , ხოლო როცა ა)  $|C| < 1$ , მაშინ (3.1.36)-ის მარჯვენა მხარე დადებითია.  $\frac{d}{dt} N_1(0) > 0$

და ამრიგად  $N_1(t)$  იწყებს ჯერ ზრდას, აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო შემდეგ მცირდება და ასიმპტოტურად უახლოვდება ნულს ზემოდან. ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისეული მარყუჟი. ბ)  $|C| > 1$ , მაშინ (3.1.36)-ის მარჯვენა მხარე უარყოფითია.  $\frac{d}{dt} N_1(0) < 0$  და

ამრიგად  $N_1(t)$  იწყებს თავიდანვე კლებას და ასიმპტოტურად უახლოვდება ნულს ზემოდან. გადავწეროთ  $C$  (3.1.27)-დან შემდეგნაირად:

$$C = \frac{N_{30}\beta - \alpha + k}{N_{30}\beta - \alpha - k} = -\frac{k + (\beta N_{30} - \alpha)}{k - (\beta N_{30} - \alpha)} \quad (3.1.37)$$

(37) წილადის  $(\beta N_{30} - \alpha)$  მნიშვნელობა თუ უარყოფითია, მაშინ  $|C| < 1$ , ეს კი სამართლიანია მაშინ როცა

$$N_{30} < \frac{\alpha}{\beta} \quad (3.1.38)$$

$N_1(t)$  იწყებს ჯერ ზრდას, აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო შემდეგ მცირდება და ასიმპტოტურად უახლოვდება ნულს ზემოდან. ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისეული მარყუჟი. თუ კი, (3.1.37) წილადის  $(\beta N_{30} - \alpha)$  მნიშვნელობა დადებითია, მაშინ  $|C| > 1$ , ეს კი სამართლიანია მაშინ, როცა

$$N_{30} > \frac{\alpha}{\beta} \quad (3.1.39)$$

და ამ შემთხვევაში პირველი და მეორე მხარეები თავიდანვე ამცირებენ აქტიურობას. იხილე ნახატი 3.1.1 - 3.1.6.

ლისტინგი 3.1.1

alpha=2; beta=.5; gamma=.7;

n10=5; n20=8; n30=1.5;

k=sqrt((beta\*n30-alpha)^2+2\*beta\*gamma\*(n10+n20));

c1=(n30\*beta-alpha); c=(c1+k)/(c1-k);

t=0:.1:50;

n1=n10\*(c-1)^2\*exp(k\*t)./(c\*exp(k\*t)-1).^2;

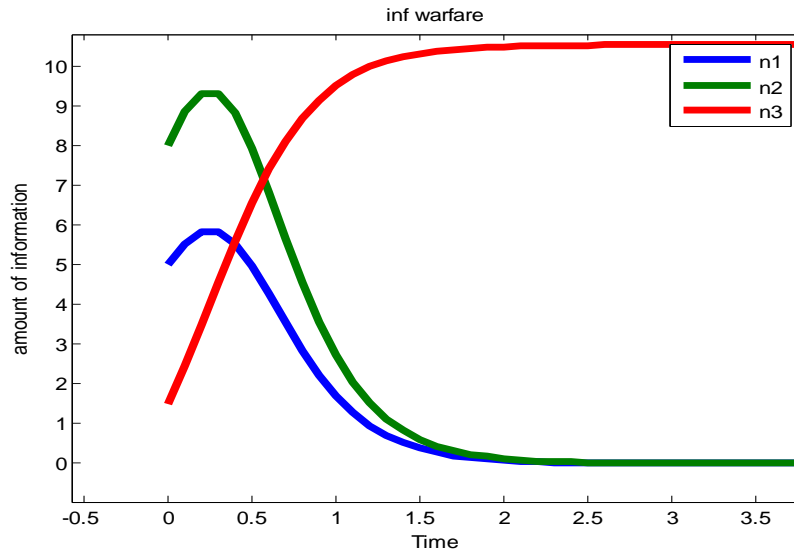
n2=n20\*(c-1)^2\*exp(k\*t)./(c\*exp(k\*t)-1).^2;

```

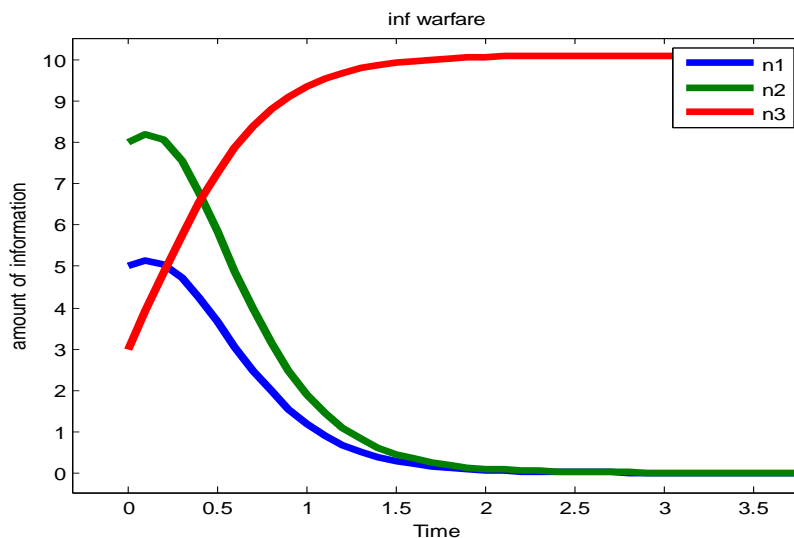
zeda=(alpha+k)/beta;n3=zeda+(2*k)./(beta*(c*exp(k*t)-1));
plot(t,n1,t,n2,t,n3,'linewidth',4)
title('inf warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n1','n2','n3') alpabetagamman10n20n30zeda

```

ფიგურებზე წითელი ხაზით აღნიშნულია მესამე მხარის აქტიურობა, ლურჯით პირველის და მწვანეთი - მეორის.

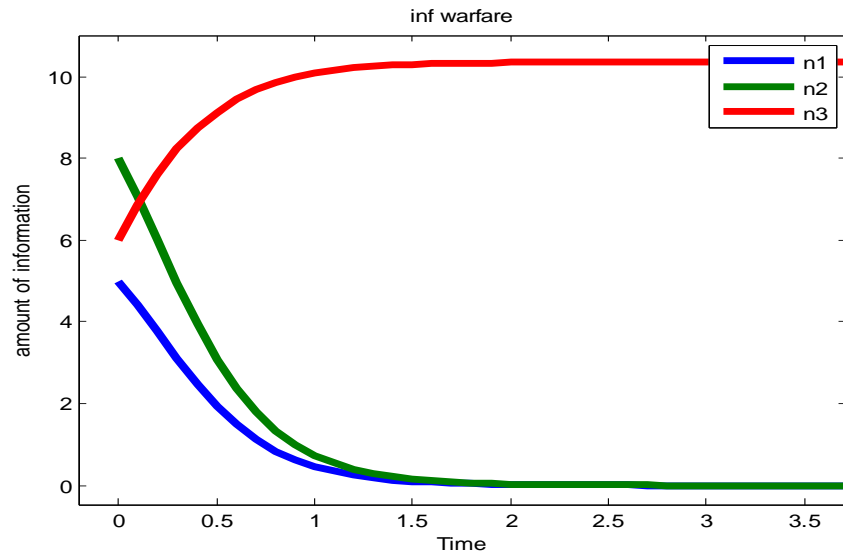


ნახატი 3.1.1  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 0.5000$ ,  $\gamma = 0.7000$ ,  $n_{10} = 5$ ,  $n_{20} = 8$ ,  $n_{30} = 1.5000$ ,  $zeda = 10.5307$ . ნაჩვენებია შემთხვევები, როცა ადგილი აქვს (3.1.38) პირობას. ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური მარყუჟი.

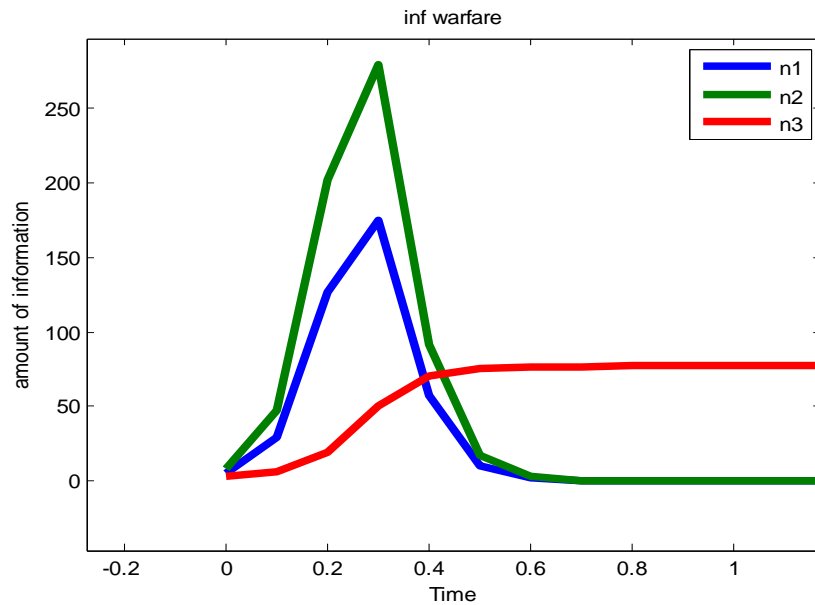


ნახატი 3.1.2  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 0.5000$ ,  $\gamma = 0.7000$ ,  $n_{10} = 5$ ,  $n_{20} = 8$ ,  $n_{30} = 3$

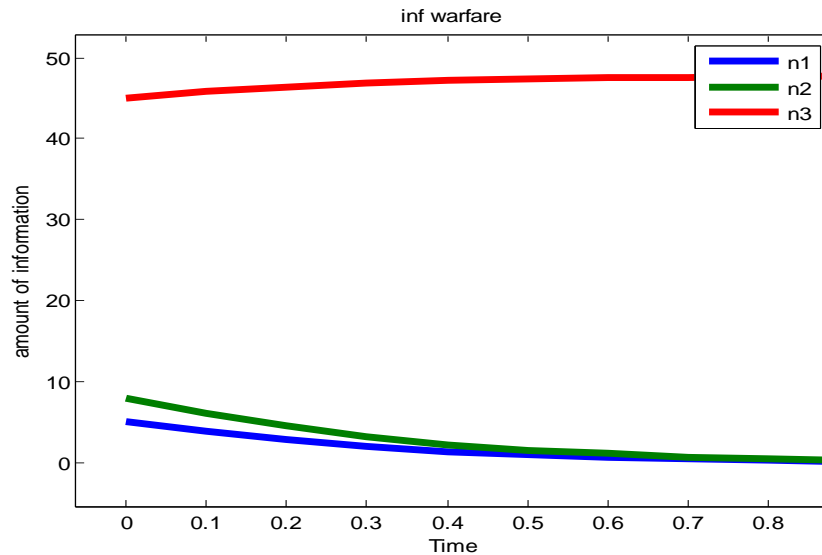
$zeta = 10.1156$ . ნაჩვენებია შემთხვევები, როცა ადგილი აქვს (3.1.38) პირობას. აქ კარგად ჩანს, რომ, როცა აგრესიულობის შეფარდება სამშვიდობო მზადყოფნასთან მეტია პრევენციის მაჩვენებელზე, ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური მარყუჟი.



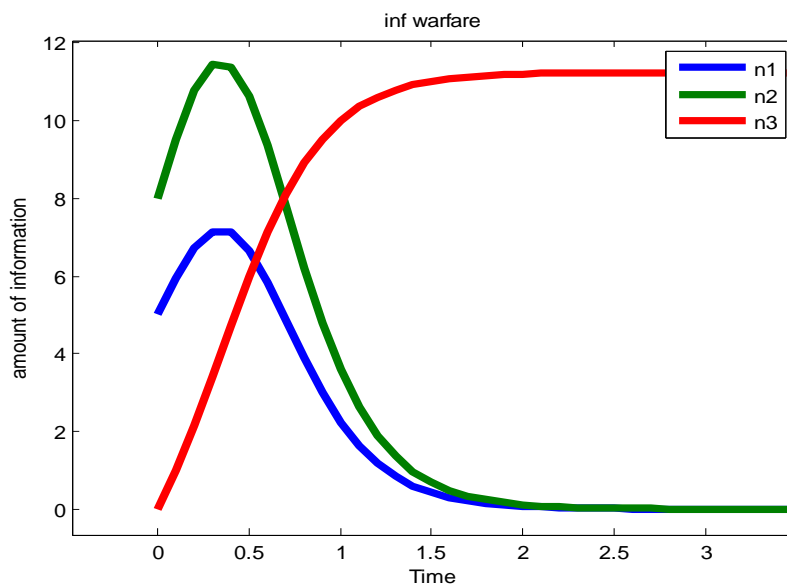
ნახატი 3.1.3  $\alpha = 2$ ;  $\beta = 0.5000$ ;  $\gamma = 0.7000$ ;  $n_{10} = 5$ ;  $n_{20} = 8$ ;  $n_{30} = 6$ ;  $zeta = 10.3561$   
 ადგილი აქვს (3.1.39) პირობას.



ნახატი 3.2.4  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 0.5000$ ,  $\gamma = 0.7000$ ;  $n_{10} = 5$ ;  $n_{20} = 8$ ;  $n_{30} = 3.5000$ ;  $zeta = 76.9953$   
 აგრესიულობის შეფარდება სამშვიდობო მზადყოფნასთან საკმაოდ (გაცილებით) მეტია პრევენციის მაჩვენებელზე, ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური პიკი



ნახატი 3.1.5.  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 0.5000$ ,  $\gamma = 0.7000$ ;  $n_{10} = 5$ ;  $n_{20} = 8$ ;  $n_{30} = 45$ ;  $zeta = 47.8358$   
 ადგილი აქვს (3.1.39) პირობას. თავიდანვე იწყებს კლებას და ასიმპტოტურად უახლოვდება  
 ნულს



ნახატი 3.1.6.  $\alpha = 2$ ;  $\beta = 0.5000$ ;  $\gamma = 0.7000$ ;  $n_{10} = 5$ ;  $n_{20} = 8$ ;  $n_{30} = 0$ ;  $zeta = 11.2388$   
 მესამე მხარე არ მიმართავს თავიდან პრევენციას  $N_{30} = 0$ . ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს  
 თავისებური მარყუქი.

### §3.2. ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგეების ინფორმაციული ომის არაწრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელი

განვიხილოთ “აგრესორის” (ძლიერი მოწინააღმდეგის) და “მსხვერპლის” (სუსტი მო-  
 წინააღმდეგის) ინფორმაციული ომის უწყვეტი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი  
 [11], რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) + \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma(N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (3.2.1)$$

სადაც  $\alpha, \delta, \beta, \gamma$  მათემატიკური მოდელის პარამეტრებია, ხოლო  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  მხარეების მიერ დროის მოცემულ  $t$  მომენტში გავრცელებული შესაბამისი ინფორმაციის რაოდენობაა, რაც შეეხება

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N_3(0) = N_{30} \quad (3.2.2)$$

ისინი ინფორმაციული ომის საწყისი პირობებია.

(3.2.1) სისტემიდან გავაწარმოთ მესამე განტოლება და შედეგად მიღებულ გამოსახულებაში ჩავსვათ ამ სისტემის პირველი და მეორე განტოლებები, და მივიღებთ  $N_3(t)$ -ს მიმართ მეორე რიგის ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებას.

$$\frac{d^2}{dt^2} N_3(t) = \alpha \frac{d}{dt} N_3(t) - 2\beta\gamma N_3(t) \quad (3.2.3)$$

(3.2.3)-ის მახასიათებელი განტოლებაა  $\lambda^2 - \alpha\lambda + 2\beta\gamma = 0$

3. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , მაშინ

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} \quad (3.2.4)$$

და (3.2.3)-ის ზოგად ამოხსნას აქვს სახე  $N_3(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$ , (3.2.5)

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განისაზღვრება საწყისი პირობებიდან

$$N_3(0) = C_1 + C_2 = N_{30} \quad (3.2.6)$$

$\frac{d}{dt} N_3(0) = \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 = \gamma(N_{10} + N_{20})$ , რომლის გათვალისწინებით (3.2.5) მიიღებს სახეს

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (3.2.7)$$

(3.2.1) სისტემის მესამე განტოლებიდან ვიპოვით

$$N_1(t) + N_2(t) = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} N_3(t), \quad (3.2.8)$$

და თუ გავითვალისწინებთ, რომ  $\frac{1}{\gamma} = \frac{2\beta}{\lambda_1 \lambda_2}$ , მივიღებთ

$$N_1(t) + N_2(t) = \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (3.2.9)$$

$$\text{აღვნიშნოთ } \varphi(t) = \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad \text{მაშინ}$$

$$N_2(t) = \varphi(t) - N_1(t) \quad (3.2.10)$$

(3.2.10) ჩავსვათ (3.2.1)-ის პირველ განტოლებაში და მივიღებთ რიკატის განტოლებას  $N_1(t)$ -ს მიმართ

$$\frac{d}{dt} N_1(t) = (\alpha - \delta\varphi(t))N_1(t) + \delta N_1^2(t) - \beta N_3(t) \quad (3.2.11)$$

ზოგადად (3.2.11) კვადრატურებში არ ამოიხსნება, ამიტომ გამოვიყენოთ მის მიმართ რიცხვითი მეთოდები. მაგრამ მანამდე კი დავადგინოთ მესამე მხარის ჩართულობის ხასიათი ინფორმაციულ ომში. თუ კი, მესამე მხარე გამოიყენებს პრევენციას გარკვეული დოზით, მაშინ  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე ანუ მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. მართლაც (3.2.7) გადავწეროთ შემდეგნაირად

$$N_3(t) = \frac{e^{\lambda_2 t}}{\sqrt{D}} \left( (\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - (\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}) \right) \quad (3.2.12)$$

რადგანაც  $\lambda_1 - \lambda_2 > 0$ , ცხადია, რომ დიდი  $t$ -სთვის  $N_3(t)$ -ის ნიშანს განსაზღვრავს კოეფიციენტი,  $e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}$  -ს წინ მყოფი, კერძოდ  $N_3(t)$  უარყოფითია,  $(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) < 0$ ,

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (3.2.13)$$

$N_{30}$ -ის ამ (3.2.13) მნიშვნელობებისათვის  $N_3(t)$  იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე დადებითიდან  $N_3(0) = N_{30} > 0$ , უარყოფითზე, ამდენად  $N_3(t)$  უწყვეტ ფუნქციას გააჩნია ნული, რომელიც  $t^{**}$  წერტილში. იგი წარმოადგენს  $N_3(t) = 0$  განტოლების ამოხსნას

$$(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} = \gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30} \quad (3.2.14)$$

(3.2.14)-დან გვაქვს

$$t^{**} = \frac{1}{\sqrt{D}} \ln \left( \frac{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_1 N_{30}}{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_2 N_{30}} \right) \quad (3.2.15)$$

შევნიშნოთ, რომ ლოგარითმქვეშა გამოსახულება ერთზე მეტია, როცა  $N_{30}$  აკმაყოფილებს (3.2.13) პირობას:  $\frac{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_1 N_{30}}{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_2 N_{30}} > 1$ , თუ კი არ სრულდება პირობა (3.2.13) და

გვაქვს

$$N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (3.2.16)$$

მაშინ  $N_3(t)$  არ იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე, ის თავიდანვე დადებითია  $N_3(0) = N_{30} > 0$  არ გადაკვეთს აბსცისთა ღერძს და არ აქვს ამონახსენი (3.2.14) შესაბამის განტოლებას,

ანუ მესამე მხარე არ ასრულებს მშვიდობისმყოფელი მოწოდებების გავრცელებას - არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

თუ კი მესამე მხარე არ მიმართავს  $N_{30} = 0$  პრევენციას, მაშინ  $N_3(t)$  არ იცვლის ნიშანს, სულ დადებითია და მისწრაფის  $+\infty$ -სკენ. აქაც მესამე მხარე არასრულებს მშვიდობის-მყოფელი მოწოდებების გავრცელებას - არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს. რაც შეეხება ანტაგონისტურ მხარეებს, თუ სრულდება (3.2.16), მაშინ დროის დიდი მნიშვნელობის-თვის მათი ჯამი  $N_1(t) + N_2(t)$  ხდება რაგინდ დიდი, და ამიტომ სულმცირე, ერთი რომე-ლიმე მხარე მაინც ანვითარებს ინფორმაციულ ომს. ხოლო თუ კი სრულდება (3.2.13) პირობა მაშინ არის იმის შესაძლებლობა, რომ ორივე მხარემ დაასრულოს ინფორმაცი-ული ომი, რადგან მათი ჯამი  $N_1(t) + N_2(t) \rightarrow -\infty$ , როცა  $t \rightarrow -\infty$ .

დავუბრუნდეთ (3.2.11) განტოლების რიცხვით ამოხსნას (3.2.7)-ისთვის. ამისთვის გამოვიყენოთ Matlab-ის საშუალება, კერძოდ, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტო-ლების (სისტემის) ამომხსნელი (სოლვერი) ode45, რომელიც *რუნგე-კუტას* მე 4-ე და მე-5-ე რიგის სიზუსტის ერთბიჯიანი ცხად მეთოდებზეა დაფუძნებული და რომლებიც მოდიფიცირებული იყო *ჯ. დორმანდისა* და *პ. პრინცის* მიერ. [3;4;9;15;27;33-35]. იხილე ლისტინგი 3.2.1. მეორე მხარის აქტიურობა განისაზღვრება (3.2.10) ფორმულით, მას შემდეგ რაც ნაპოვნია პირველი მხარის აქტიურობა რიცხვითი მეთოდებით. ჩატარებულ იქნა გამოთვლითი ექსპერიმენტი: პრევენციის, (დელტა) პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის. (დელტა) პარამეტრის შემცირებისას, კერძოდ, როცა იგი მი-ისწრაფის ნულისაკენ, ვლემულობთ წრფივი უწყვეტი მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის შედეგებს [12;29;36;40;41]  $D>0$ -სთვის. მცირე პრევენციის შემთხვევაში სამშვიდობო აქტიურობა საკმარისი არ არის ინფორმა-ციული ომის დასაძლევად. ხოლო დიდი პრევენციის შემთხვევაში შესაძლებელია სამ-შვიდობო აქტიურობაზე ზემოქმედება, მათი შემობრუნება, ანუ ინფორმაციული ომის დასრულება. იხილე ნახატი 3.2.1 და ნახატი 3.2.2.

### ლისტინგი 3.2. 1

”აგრესორი-მსხვერპლის” არაწრფივი ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის ამოხსნა რიცხვითი მეთოდებით  $D>0$ - სთვის

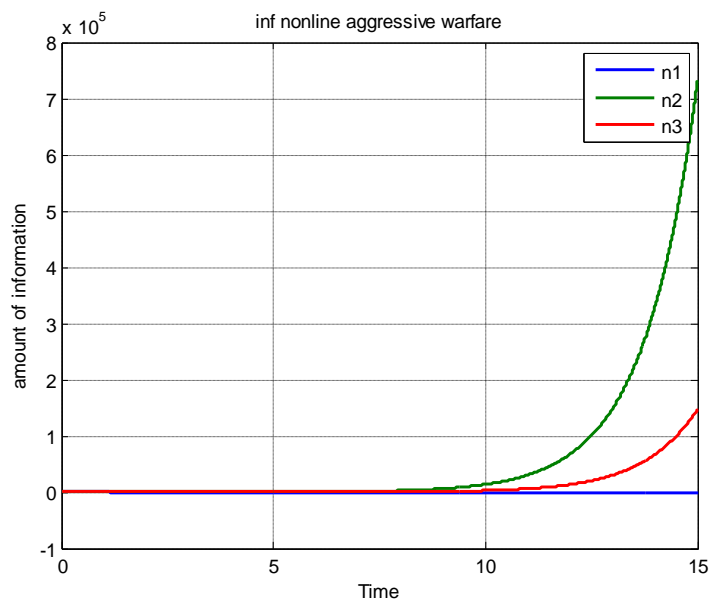
```
%arawrfili agresiuili d nulზე metia
global n10 n20 n30 u2
global alfa beta gamma dlta d l1 l2 A B A1 B1
n10=3.5;n20=2.5;n30=250;
alfa=0.8;beta=0.01;gamma=0.16;
dlta=0.5;d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
l1=(alfa+d)/2; l2=(alfa-d)/2;A=(gamma*(n10+n20)-l2*n30)/d; B=(gamma*(n10+n20)-l1*n30)/d;
A1=beta*A/l2; B1=beta*B/l1;qveda=gamma*(n10+n20)/l2;
```



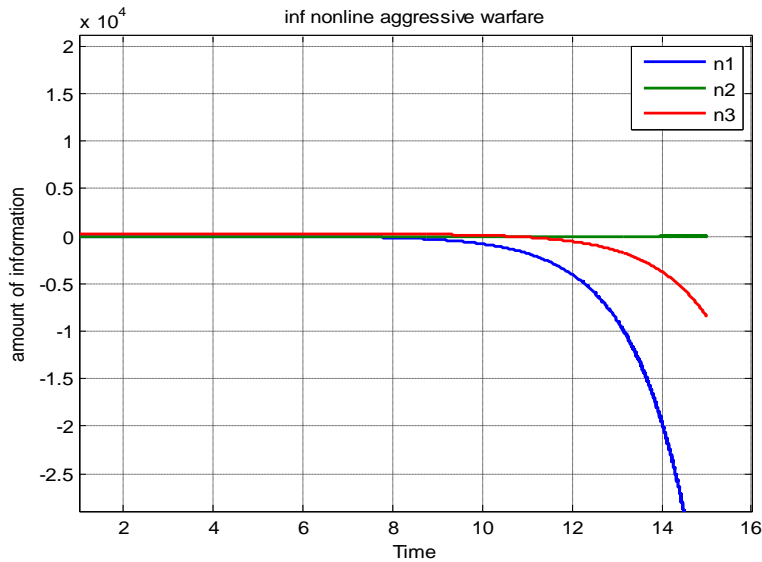
```

[t,y]=ode45(@marj,[0 15],3.5);r10=2*(A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t));
r1=2*(A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t))-y;r2=A*exp(l1*t)-
B*exp(l2*t);plot(t,y,t,r1,t,r2,'linewidth',2);title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n1','n2','n3')
grid on
[a,w]=ode45(@marj2,[0 15],2.5);figure(2);plot(a,w,'g','linewidth',2);
%funqcia - ode-s marjvena mxare d metia nulze pirveli mxarisTvis
function vav=marj(t,y)
global alfa beta dlta u2
global l1 l2 A B A1 B1
u1=(alfa-dlta*(2*(A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t)))).*y;
u2=(A*exp(l1*t)-B*exp(l2*t));
vav=u1+dlta*y.^2-beta*u2;end
%funqcia - ode-s marjvena mxare d metia nulze meore mxarisTvis
function vav=marj2(t,y)
global alfa beta dlta u2
global l1 l2 A B A1 B1
u1=(alfa+dlta*(2*(A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t)))).*y;
u2=(A*exp(l1*t)-B*exp(l2*t));vav=u1-dlta*y.^2-beta*u2; end

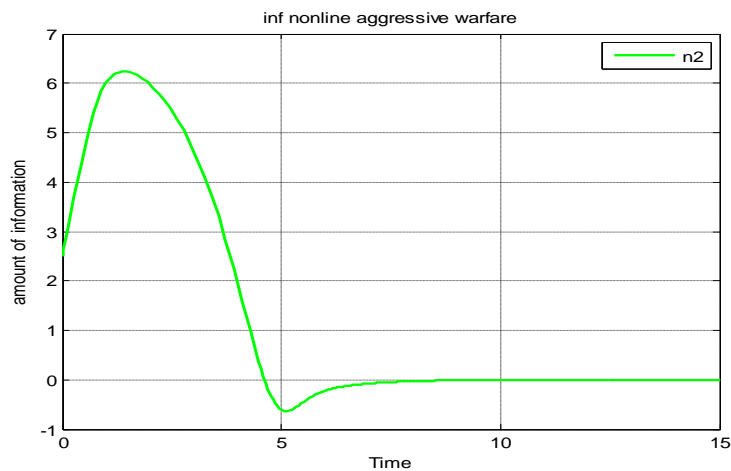
```



ნახატი 3.2.1 მცირე პრევენციისთვის არ ხდება ინფორმაციული ომის დასრულება: ორი მხარე მაინც "წულზე არ გადას".  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$  ;  $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$   $N_{30} = 50$  ;



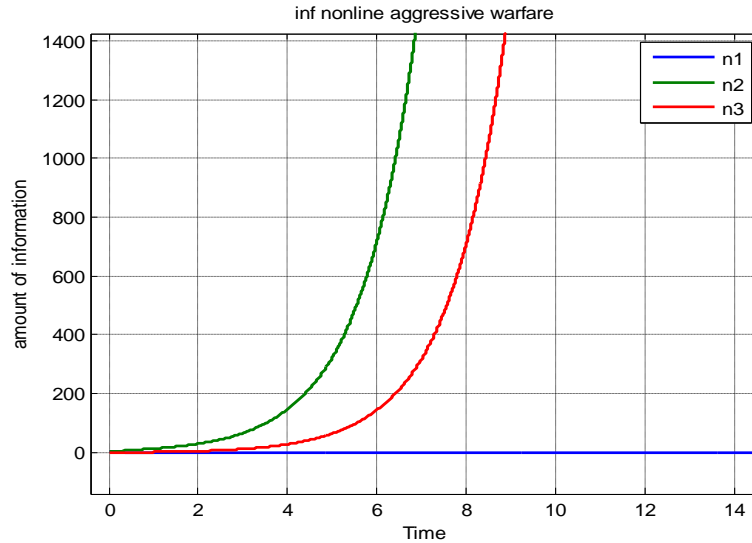
ნახატი 3.2.2 პრევენციის გაზრდით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება: მხარეები "ნულზე გადიან", მაშინ როდესაც მცირე პრევენციისთვის ეს არ ხდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$   $N_{30} = 250$ ;



ნახატი 3.2.3 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციული ომში. პრევენციის გაზრდით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება: მხარეები "ნულზე გადიან", მაშინ როდესაც მცირე პრევენციისთვის ეს არ ხდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$   $N_{30} = 250$ ;

აღსანიშნავია, რომ როცა პრევენცია მცირეა, მეორე მხარის აგრესიულობა დიდია, მას პირობითად "აგრესორი" დავარქვათ, ხოლო პირველი მხარე მცირე პრევენციის შემთხვევაშიც კი ნაკლებ აქტიურია, დავარქვათ მას პირობითად "მსხვერპლი". ანუ მსხვერპლი მცირე პრევენციის დროსაც, ან მისი არარსებობის შემთხვევაშიც კი არ აქტიურობს ინფორმაციულ ომში, გადის ნულზე ან მის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა ნულთან ახლოსაა, იხილე ნახატი 3.2.4. იმ შემთხვევაში კი, როცა პრევენცია იზრდება და საკმაოდ დიდი ხდება, "მსხვერპლი" ადვილად ემორჩილება მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს და ასრულებს

ინფორმაციულ ომს საკმაოდ სწრაფად.



ნახატი 3.2.4 პრევენციის არ არსებობის შემთხვევაში პირველი მხარე - "მსხვერპლი" მაინც "გადის ნულზე" - ასრულებს ინფორმაციულ ომს.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5$   $N_{30} = 0$ ;

რაც შეეხება "აგრესორს", ისიც ემორჩილება ზოგადად, მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს, მაგრამ გაცილებით უფრო რთულად, თავიდან ის ზრდის აქტიურობას, შემდეგ გადის ნულზე, ხოლო გარკვეული დროის მერე მაინც აგრძელებს მცირე რაოდენობის ინფორმაციულ შეტევებს.

4. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , მაშინ (3.2.3) -ის მახასიათებელ განტოლებას აქვს ერთი ორჯერადი ფესვი და  $N_3(t)$  -ის ზოგად ამონახსნს აქვს სახე

$$N_3(t) = (C_1 + C_2 t) e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (3.2.17)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განისაზღვრება პირობებიდან:  $N_3(0) = N_{30} \Leftrightarrow C_1 = N_{30}$

$\frac{d}{dt} N_3(0) = C_2 + N_{30} \frac{\alpha}{2} = \gamma(N_{10} + N_{20}) \Leftrightarrow C_2 = \gamma(N_{10} + N_{20}) - \frac{\alpha}{2} N_{30}$  და ამდენად  $N_3(t)$  -ის

ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე

$$N_3(t) = \left[ N_{30} + \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} \right) t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (3.2.18)$$

$N_1(t) + N_2(t)$  -ის საპოვნელად გამოვიყენოთ (3.2.8) და (3.2.18)

$$N_1(t) + N_2(t) = \frac{1}{\gamma} \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} + \frac{\alpha}{2} \left( N_{30} + \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} \right) t \right) \right) e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (3.2.19)$$

აღვნიშნოთ

$$\varphi(t) = \frac{1}{\gamma} \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} + \frac{\alpha}{2} \left( N_{30} + \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} \right) t \right) \right) e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (3.2.20)$$

მაშინ  $N_2(t)$  შეიძლება გამოვსახოთ (3.2.10)-ით და ჩავსვათ ის (3.2.1)-ის პირველ განტოლებაში და მივიღებთ რიკატის განტოლებას  $N_1(t)$ -ს მიმართ (3.2.11).

დავადგინოთ მესამე მხარის ჩართულობის ხასიათი ინფორმაციულ ომში. თუ კი, მესამე მხარე გამოიყენებს პრევენციას გარკვეული დოზით, მაშინ  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე ანუ მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს.  $N_3(t)$ -სთვის (3.2.18)-დან გამომდინარე ნულზე გასვლა მიიღწევა, მაშინ, როცა  $t$  -ს წინ კოეფიციენტი იქნება უარყოფითი.

$$N_{30} > \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20})}{\alpha} \quad (3.2.21)$$

ნული კი მიიღწევა  $t^{**}$  წერტილში

$$t^{**} = \frac{N_{30}}{\frac{\alpha}{2} N_{30} - \gamma(N_{10} + N_{20})} \quad (3.2.22)$$

თუ კი არ სრულდება პირობა (3.2.21) და გვაქვს

$$N_{30} \leq \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20})}{\alpha} \quad (3.2.23)$$

მაშინ  $N_3(t)$  არ იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე, ის სულ დადებითია  $N_3(0) = N_{30} > 0$ , არ გადაკვეთს აბსცისთა ღერძს, ანუ მესამე მხარე არ ასრულებს მშვიდობისმყოფელი მოწოდებების გავრცელებას - არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ასევე, თუ კი მესამე მხარე არ მიმართავს  $N_{30} = 0$  პრევენციას, მაშინ  $N_3(t)$  არ იცვლის ნიშანს, სულ დადებითია და მისწრაფის  $+\infty$ -სკენ. აქაც მესამე მხარე არ ასრულებს მშვიდობისმყოფელი მოწოდებების გავრცელებას - არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

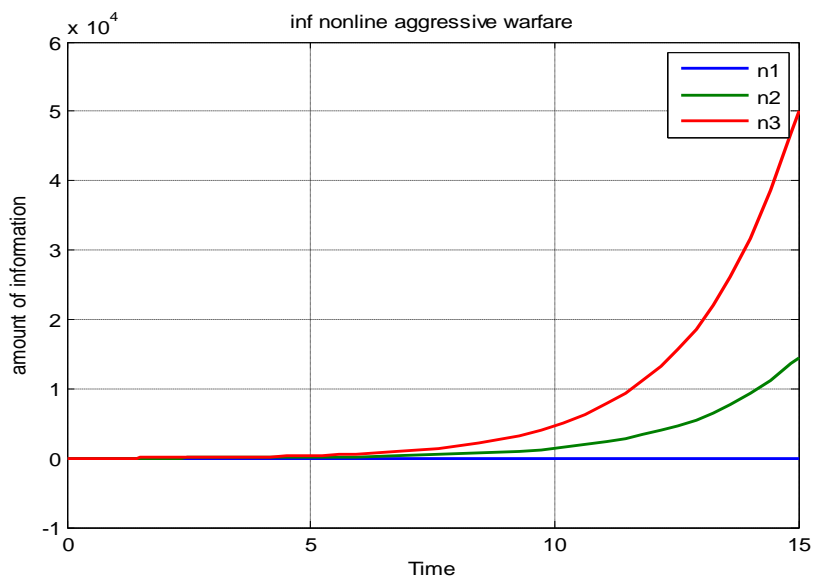
რაც შეეხება ანტაგონისტურ მხარეებს, თუ სრულდება (3.2.23), მაშინ დროის დიდი მნიშვნელობისათვის მათი ჯამი  $N_1(t) + N_2(t)$  ხდება რაგინდ დიდი, და ამიტომ სულ მცირე, ერთი რომელიმე მხარე მაინც ანვითარებს ინფორმაციულ ომს. ხოლო თუ კი სრულდება (3.2.21) პირობა მაშინ არის იმის შესაძლებლობა, რომ ორივე მხარემ დაასრულოს ინფორმაციული ომი, რადგან მათი ჯამი მისწრაფის მინუს უსასრულობისკენ, როცა დრო უსასრულოდ იზრდება. (3.2.11) განტოლების რიცხვითი ამოხსნისათვის, (3.2.18) და (3.2.20)-ისთვის, გამოვიყენოთ Matlab-ის საშუალებები, კერძოდ, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების (სისტემის) ამომხსნელები: ode15s, რომელიც ხისტი მოდელებისთვისაა გათვლილი, დაფუძნებულია რიცხვითი დიფერენცირების (უკან) ფორმულებზე, წარმოადგენს მრავალბიჯიან ცვლადი სიზუსტის (1-დან 5-მდე)

მეთოდს და ode45, რომელიც რუნგე-კუტას მე 4-ე და მე-5-ე რიგის სიზუსტის ერთობი-  
ჯიანი ცხად მეთოდებზეა დაფუძნებული [33-35]. იხ. ლისტინგი 3.2.2.

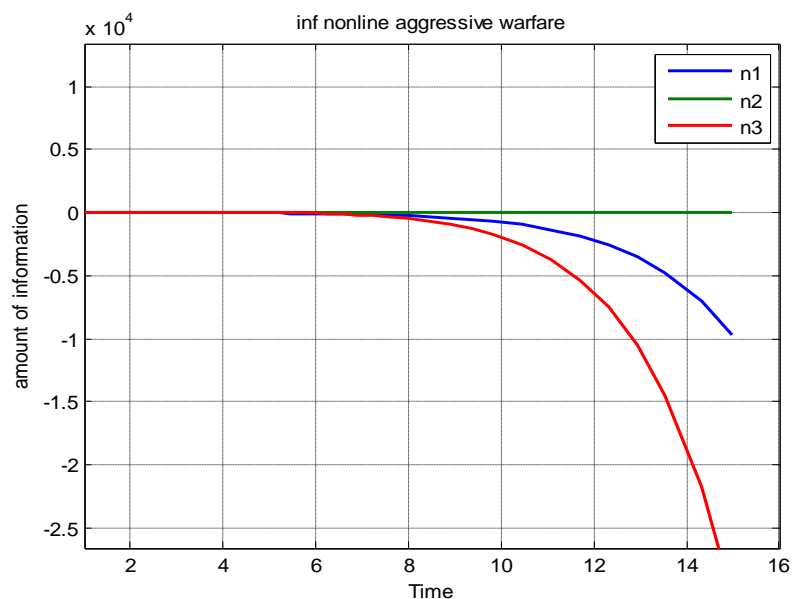
ლისტინგი 3.2.2.

```
%arawrfili agresiuili d nulis tolia
global n10 n20 n30
global alfa beta gamma dlta d A1
n10=3.5;n20=2.5;n30=4;
alfa=0.8;beta=0.05;gamma=1.6;
dlta=0.5;
d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
A1=gamma*(n10+n20)-alfa*n30/2;
qveda=2*gamma*(n10+n20)/alfa;
[t,y]=ode15s(@marjdnul,[0 15],3.5);
r2=(n30+A1*t).*exp(alfa*t/2);
r10=(A1*exp(alfa*t/2)+alfa*r2/2)/gamma;
r1=r10-y;
plot(t,y,t,r1,t,r2,'linewidth',2);title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n1','n2','n3')
grid on
[a,w]=ode45(@marjdnul2,[0 15],2.5);
figure(2);plot(a,w,'g','linewidth',2);title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n2')
grid on
%funqcia - ode-s marjvena mxare d nulis tolia pirveli mxarisTvis
function vav=marjdnul(t,y)
global alfa beta dlta u2
global n30 A1 gamma
u2=(n30+A1*t).*exp(alfa*t/2);
u1=(alfa-dlta*(A1.*exp(alfa*t/2)+alfa*u2/2)/gamma).*y;
vav=u1+dlta*y.^2-beta*u2;
end
%funqcia - ode-s marjvena mxare d nulis toliameore mxarisTvis
function vav=marjdnul2(t,y)
global alfa beta dlta u2
global A1 gamma n30
u2=(n30+A1*t).*exp(alfa*t/2);u1=(alfa+dlta*(A1*exp(alfa*t/2)+alfa*u2/2)/gamma).*y;
vav=u1-dlta*y.^2-beta*u2; end
```

მეორე მხარის აქტიურობა განისაზღვრება (3.2.10) ფორმულით, მას შემდეგ რაც ნაპოვნია პირველი მხარის აქტიურობა რიცხვითი მეთოდებით. ჩატარებულ იქნა გამოთვლითი ექსპერიმენტი: პრევენციის, (დელტა) პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის. (დელტა) პარამეტრის შემცირებისას, კერძოდ, როცა იგი მისი წრფის ნულისაკენ, ვლუბულობთ წრფივი უწყვეტი მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის შედეგებს [12;29;36;40;41]  $D=0$ -სთვის. მცირე პრევენციის შემთხვევაში სამშვიდობო აქტიურობა საკმარისი არ არის ინფორმაციული ომის დასაძლევად. ხოლო დიდი პრევენციის შემთხვევაში შესაძლებელია სამშვიდობო აქტიურობით ზემოქმედება, ინფორმაციული შეტევების შემობრუნება, ანუ ინფორმაციული ომის დასრულება. იხილე ნახატი 3.2.5, 3.2.6, 3.2.7.

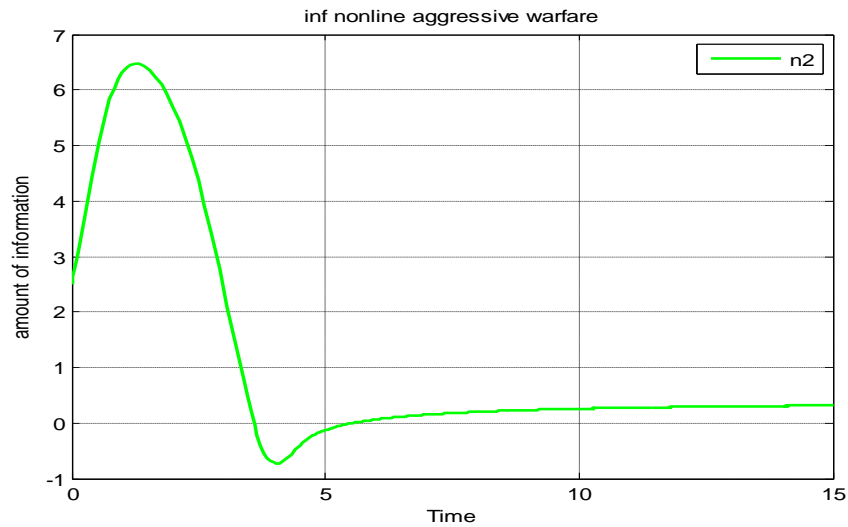


ნახატი 3.2.5 მცირე პრევენციისთვის არ ხდება ინფორმაციული ომის დასრულება: ორი მხარე მაინც "ნულზე არ გადის".  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$  ;  
 $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$   $N_{30} = 4$ ;



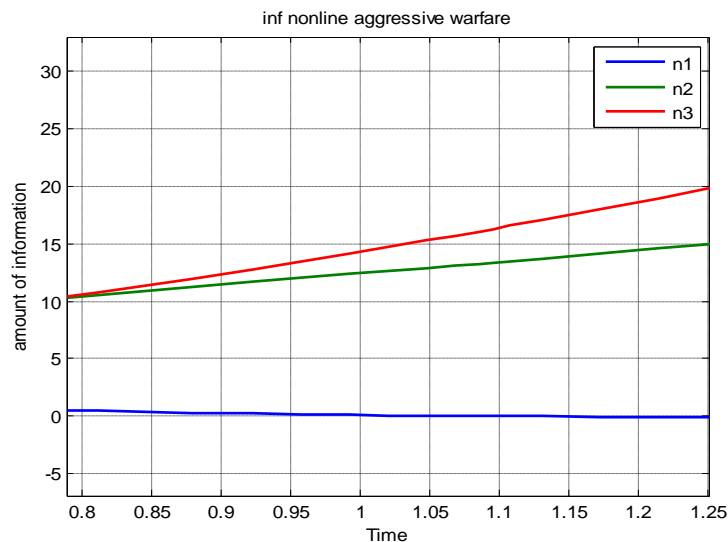
ნახატი 3.2.6 პრევენციის გაზრდით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება: მხარეები "ნულზე გადიან", მაშინ როდესაც მცირე პრევენციისთვის ეს არ ხდება

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 1,6; \quad N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5 \quad N_{30} = 44;$$



ნახატი 3.2.7 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციულ ომში. პრევენციის გაზრდით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება: მხარეები "ნულზე გადიან", მაშინ როდესაც მცირე პრევენციისთვის ეს არ ხდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 1,6; \quad N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5 \quad N_{30} = 44;$

"მსხვერპლი" მცირე პრევენციის დროსაც, ან მისი არარსებობის შემთხვევაშიც კი, არ აქტიურობს ინფორმაციულ ომში, გადის ნულზე ან მის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა ნულთან ახლოსაა, იხილე ნახატი 3.2.8.



ნახატი 3.2.8 პრევენციის არ არსებობის შემთხვევაში პირველი მხარე - "მსხვერპლი" მაინც "გადის ნულზე" - ასრულებს ინფორმაციულ ომს.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 1,6; \quad N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5 \quad N_{30} = 0;$

იმ შემთხვევაში კი, როცა პრევენცია იზრდება და საკმაოდ დიდი ხდება, "მსხვერპლ-

ლი” ადვილად ემორჩილება მესამე მხარის მშვიდობისმოყველ მოწოდებებს და ასრულებს ინფორმაციულ ომს საკმაოდ სწრაფად. რაც შეეხება ”აგრესორს”, ისიც ემორჩილება ზოგადად, მესამე მხარის მშვიდობისმოყველ მოწოდებებს, მაგრამ გაცილებით უფრო რთულად, თავიდან ის ზრდის აქტიურობას, შემდეგ გადის ნულზე, ხოლო გარკვეული დროის მერე მაინც აგრძელებს მცირე რაოდენობის ინფორმაციულ შეტევებს.

5. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ , მაშინ (3.2.3) -ის მახასიათებელ განტოლებას აქვს ორი შეუღლებული კომპლექსური ფესვი და  $N_3(t)$  -ის ზოგად ამონახსნს აქვს სახე

$$N_3(t) = \left( C_1 \cos \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + C_2 \sin \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t \right) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (3.2.24)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განისაზღვრება პირობებიდან:  $N_3(0) = N_{30} \Leftrightarrow C_1 = N_{30}$

$$\frac{d}{dt} N_3(0) = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} C_2 + N_{30} \frac{\alpha}{2} = \gamma(N_{10} + N_{20}) \Leftrightarrow C_2 = \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30}}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}$$

და ამდენად  $N_3(t)$  -ის ამონახსნს, მას მერე რაც ჩავატარებთ ტრიგონომეტრიულ გარდაქმნას, აქვს შემდეგი სახე

$$N_3(t) = \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin \left( \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta \right) \quad (3.2.25)$$

სადაც

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{N_{30} \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30}}. \quad (3.2.26)$$

$N_1(t) + N_2(t)$ -ის საპოვნელად გამოვიყენოთ (3.2.8) და (3.2.25)

$$N_1(t) + N_2(t) = \sqrt{\frac{2\beta}{\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin \left( \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta + \varphi \right) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (3.2.27)$$

სადაც

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha} \quad (3.2.28)$$

აღვნიშნოთ

$$\varphi(t) = \sqrt{\frac{2\beta}{\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin \left( \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta + \varphi \right) \quad (3.2.28)$$

მაშინ  $N_2(t)$  შეიძლება გამოვსახოთ (3.2.10)-ით და ჩავსვათ ის (3.2.1)-ის პირველ განტოლებაში და მივიღებთ რიკატის განტოლებას  $N_1(t)$ -ს მიმართ (3.2.11).



დავადგინოთ მესამე მხარის ჩართულობის ხასიათი ინფორმაციულ ომში. იგი გადის ნულზე, როცა (3.2.25)-ის ტრიგონომეტრიული გამოსახულება ნულის ტოლი ხდება, ანუ  $t^*$ -ში,  $N_3(t)$  ნულს გაუტოლდება და მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს

$$t^* = \frac{2(\pi - \theta)}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \quad (3.2.29)$$

(3.2.11) განტოლების რიცხვით ამონახსნისთვის, (3.2.18) და (3.2.20) პირობებისთვის გამოვიყენოთ Matlab-ის საშუალებები, კერძოდ, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების (სისტემის) ამომხსნელი ode45, რომელიც *რუნგე-კუტას* მე 4-ე და მე-5-ე რიგის სიზუსტის ერთბიჯიან ცხად მეთოდებზეა დაფუძნებული [3;4;9;15;33;34]. იხ.ლისტინგი 3.2.3.

ლისტინგი 3.2.3

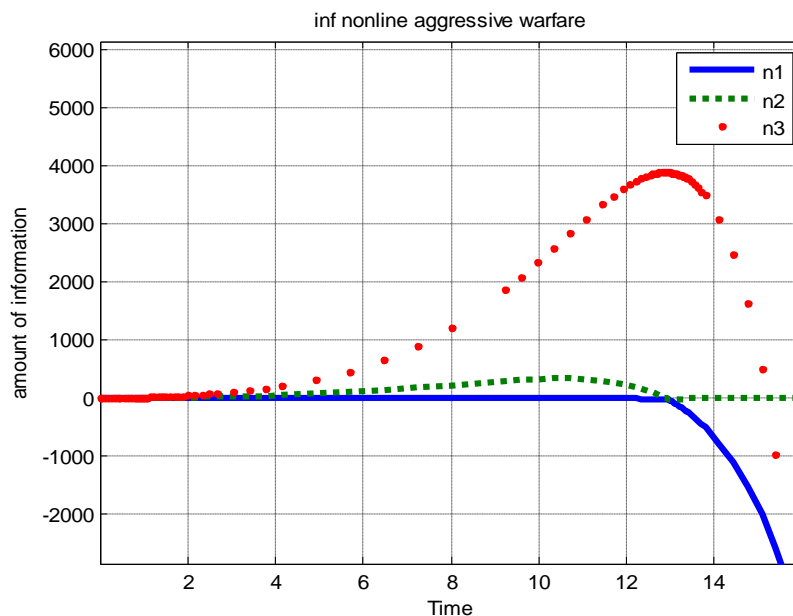
```
%arawrfili agresiuili d nulze naklebi
global n10 n20 n30
global alfa beta gamma dlta d A1 b tet fi
n10=2.5;n20=3.5;n30=5;
alfa=0.8;beta=0.05;gamma=2;
dlta=0.5;B=2*gamma*(n10+n20)-alfa*n30;
d=8* beta* gamma-alfa^2;D=sqrt(d);
A1=sqrt(n30^2+(B^2)/d);b=D/2;
tet=atan(n30*D/B);fi=atan(D/alfa);
[t,y]=ode15s(@marjdnak,[0 16],2.5);
r2=A1*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet);
r10=A1*sqrt(2*beta/gamma)*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet+fi);
r1=r10-y;
plot(t,y,t,r1,':',t,r2,'.', 'linewidth',3);title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n1','n2','n3')
grid on
[a,w]=ode45(@marjdnak2,[0 16],3.5);
figure(2);plot(a,w,'g', 'linewidth',2);title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n2')
grid on
%funqcia - ode-s marjvena mxare d naklebia 0 pirveli mxarisTvis
function vav=marjdnak(t,y)
global alfa beta dlta u2
global A1 gamma b tet fi
```

```

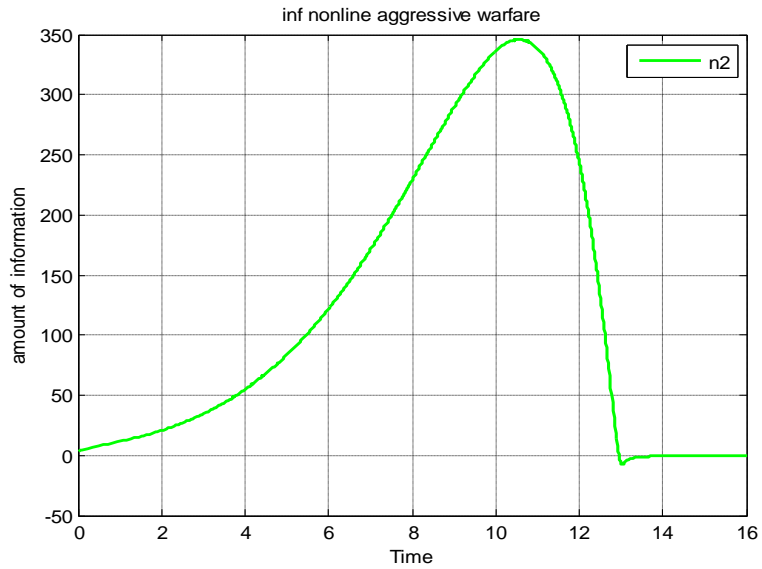
u2=A1*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet);
u1=(alfa-dlta*A1*sqrt(2*beta/gamma)*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet+fi)).*y;
vav=u1+dlta*y.^2-beta*u2;
end
%funqcia - ode-s marjvena mxare d naklebia 0 meore mxarisTvis
function vav=marjdnak(t,y)
global alfa beta dlta u2
global A1 gamma b tet fi
u2=A1*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet);
u1=(alfa+dlta*A1*sqrt(2*beta/gamma)*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet+fi)).*y;
vav=u1-dlta*y.^2-beta*u2;end

```

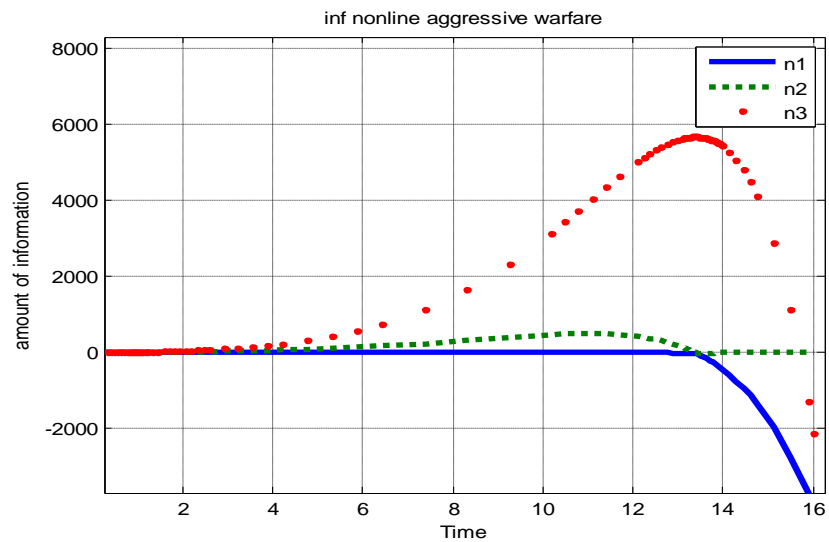
მეორე მხარის აქტიურობა განისაზღვრება (3.2.10) ფორმულით, მას შემდეგ რაც ნაპოვნია პირველი მხარის აქტიურობა რიცხვითი მეთოდებით. ჩატარებულ იქნა გამოთვლითი ექსპერიმენტი: სამშვიდობო აქტივობის, (დელტა) პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის. (დელტა) პარამეტრის შემცირებისას, კერძოდ, როცა იგი მიისწრაფის ნულისკენ, ვღებულობთ წრფივი უწყვეტი მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის შედეგებს [12;29;36;40;41]  $D < 0$ -სთვის. მცირე სამშვიდობო აქტივობის და მცირე პრევენციის (ან მისი არ არსებობის შემთხვევაშიც კი) ინფორმაციული ომის რულდება. იხილე ნახატები 3.2.9 – 3.3.12.



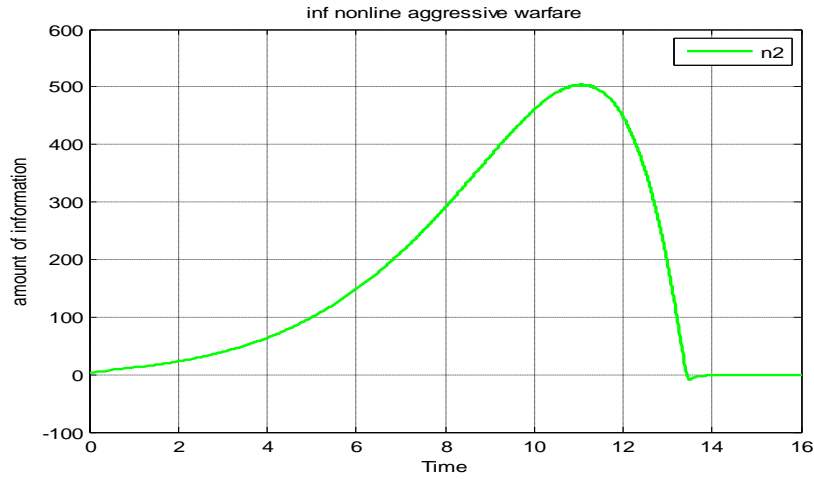
ნახატი 3.2.9 მცირე პრევენციისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის მიუხედავად სამივე მხარე გადის ნულზე - ინფორმაციული ომი სრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$ ;  $N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5$   $N_{30} = 5$ ;



ნახატი 3.2.10 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციულ ომში. მცირე პრევენციისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის მიუხედავად მეორე მხარე გადის ნულზე  
 $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$ ;  $N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5$   $N_{30} = 5$ ;



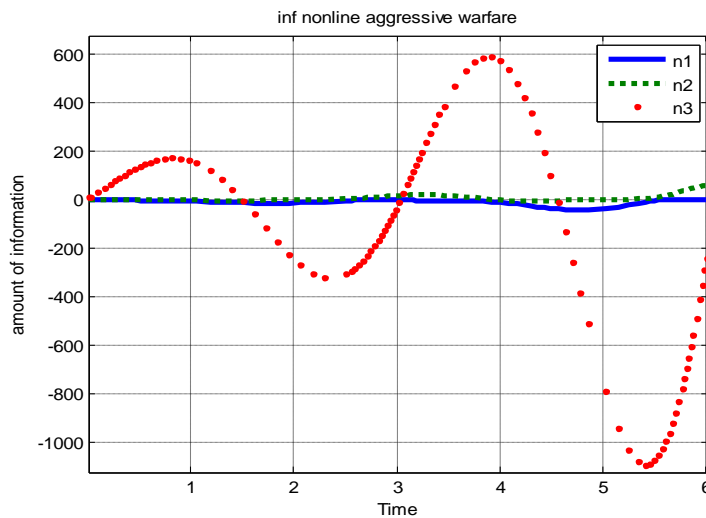
ნახატი 3.2.11 პრევენციის არ არსებობისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის მიუხედავად სამივე მხარე გადის ნულზე - ინფორმაციული ომისრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$ ;  $N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5$   $N_{30} = 0$ ;



ნახატი 3.2.12 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციულ ომში. პრევენციის არარსებობისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის მიუხედავად მეორე მხარე გადის ნულზე

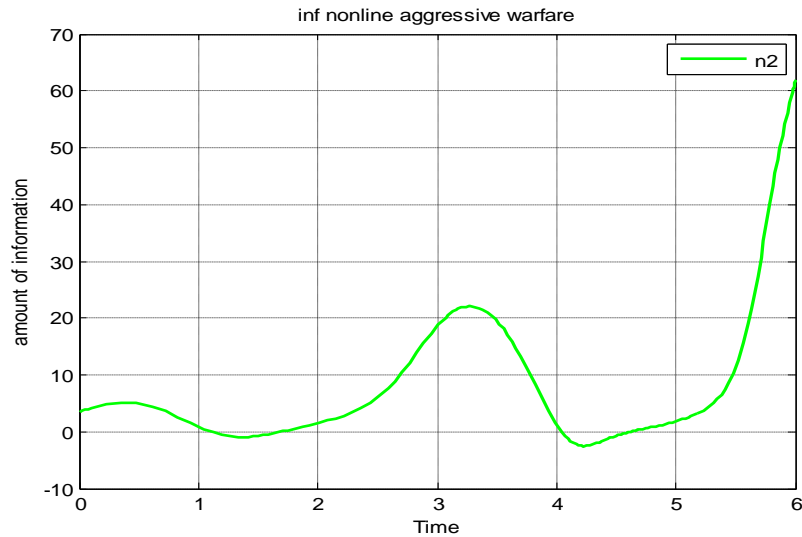
$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 2; \quad N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 0;$$

ხოლო დიდი სამშვიდობო აქტივობის შემთხვევაში ინფორმაციული ომი გაცილებით ადრე სრულდება. იხილე ნახატი 3.2.13 და ნახატი 3.2.14.



ნახატი 3.2.13 გაზრდილი პრევენციისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის დროს სამივე მხარე გადის ნულზე -ინფორმაციული ომი სრულდება უფრო მცირე დროში

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 44; \quad N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 5;$$



ნახატი 3.2.14 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციული ომში. გაზრდილი პრევენციისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის დროს მეორე მხარე გადის ნულზე უფრო ადრე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 44$ ;  $N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5$   $N_{30} = 5$ ;

”მსხვერპლი” მცირე სამშვიდობო აქტივობის და მცირე პრევენციის დროსაც, ან მისი არ არსებობის შემთხვევაშიც, კი არ აქტიურობს ინფორმაციულ ომში, გადის ნულზე. იხილე ნახატი 3.2.11 , ნახატი 3.2.12. იმ შემთხვევაშიც კი როცა სამშვიდობო აქტივობა იზრდება და საკმაოდ დიდი ხდება, ”მსხვერპლი” ადვილად ემორჩილება მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს და ასრულებს ინფორმაციულ ომს საკმაოდ სწრაფად. რაც შეეხება ”აგრესორს”, ისიც ემორჩილება ზოგადად, მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს, მაგრამ გაცილებით უფრო რთულად, თავიდან ის ზრდის აქტიურობას, შემდეგ გადის ნულზე.

## თავი IV. ექსტრემალური ამოცანები ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელებში

### §4.1. მინინიზაციის ამოცანა ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელებში

ინფორმაციული ომის შემოთავაზებული მათემატიკური მოდელების ანალიზმა გამოკვეთა სამშვიდობო აქტივობის პარამეტრის ( $\gamma$ ) და პრევენციის - საწყისი მნიშვნელობის ( $N_{30}$ ) განსაკუთრებული როლი მათემატიკური მოდელების ამოხსნებში. ამ ორი პარამეტრის სათანადო მნიშვნელობების შერჩევასა, უმეტეს შემთხვევაში, მიიღწევა ინფორმაციული ომის მიმდინარეობის რადიკალური შემობრუნება, თვით ინფორმაციული ომის დასრულებაც კი. ამდენად ბუნებრივად ისმის კითხვა: რამდენად შესაძლებელია, ამა თუ იმ თვალსაზრისით საუკეთესო  $\gamma$ ,  $N_{30}$ -ს შერჩევით მივაღწიოთ დასახულ მიზანს? კერძოდ,  $\gamma$ ,  $N_{30}$ -ს რა მნიშვნელობებისათვის დასრულდება ინფორმაციული ომი უმცირეს დროში, ან  $\gamma$ ,  $N_{30}$ -ს რა მნიშვნელობებისათვის დასრულდება ინფორმაციული ომი სამშვიდობო აქტიურობაზე მინიმალური ხარჯების გათვალისწინებით? ფაქტიურად ჩვენ საქმე გვაქვს ექსტრემალურ ამოცანებთან ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელებში. ჩამოვყალიბოთ ეს ექსტრემალური ამოცანები ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების ერთ-ერთი შემთხვევისთვის [29;31;32;42].

განვიხილოთ ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგე მხარის იგნორირების უწყვეტი მათემატიკური მოდელი (1.2.1). საწყისი პირობებით  $N_1(0) = N_{10}$ ,  $N_2(0) = N_{20}$ ,  $N_3(0) = N_{30}$ -(1.2.2), თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , და ( $N_{10} = N_{20}$ ). ანუ იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები მიიღეს  $N_{30} > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება ანტაგონისტურ მხარეებზე გამოისახება ერთნაირად  $N_1(t) = N_2(t)$ . სრულდება (1.3.1), (1.3.2), (1.3.3). და თუ კი სამართლიანია (1.3.4)

$N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}$ , ანტაგონისტური მხარეები გადაიან ნულზე (1.3.8)-ში, ხოლო მესამე (1.3.9)-ში.

ამდენად, თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციები პრევენციის ზომას (რაოდენობას)  $N_{30}$  შეარჩევენ ისე, რომ სრულდება (1.3.4) პირობა, მაშინ სამივე  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე - ანუ ინფორმაციული ომი სრულდება. დავსვათ *სწრაფქმედების ამოცანა*.

რა პირობებისთვის მოახერხებს მესამე მხარე ინფორმაციული ომის დასრულებას უმცირეს დროში? ანუ გვაქვს ე.წ. სწრაფქმედების ამოცანა:

$$t^* = f(\gamma, N_{30}) = \frac{1}{\sqrt{D}} \left[ \ln \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} - \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right] \rightarrow \inf \quad (4.1.1)$$

შეზღუდვებით არგუმენტებზე

$$\frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} < N_{30} \leq M \quad (4.1.2)$$

$$0 < \gamma \leq K \quad (4.1.3)$$

სადაც  $M$ ,  $K$  დადებითი ნამდვილი რიცხვებია. ამდენად მივიღეთ (4.1.1)-(4.1.3) ექსტრემალური ამოცანა - ორი ცვლადის ფუნქციის მინიმიზაციის ამოცანა შემოსაზღვრულ არეზე. შესაძლებელია, რომ (4.1.2) შეზღუდვას ემატებოდეს პირობა

$$0 < \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} < Z \leq N_{30} \leq M \quad (4.1.4)$$

დავსვათ კიდევ ერთი ექსტრემალური ამოცანა. როგორ უნდა შეარჩიოს მესამე მხარემ  $\gamma$ -ს და  $N_{30}$ -ის მნიშვნელობები ანუ შესაბამისად როგორი უნდა იყოს  $N_3(t)$  ფუნქცია, რომ ინფორმაციული ომი დასრულდეს მისთვის მინიმალური დანახარჯებით? ამ შემთხვევაში გვაქვს მინიმალური სამშვიდობო დანახარჯის ამოცანა.

მართლაც, ვთქვათ  $t$  დროის მომენტში ერთი ერთეული ინფორმაციის შექმნისა და გავრცელების ხარჯია  $p(t)$ , მაშინ  $N_3(t)$ -ს გავრცელებაზე დანახარჯი იქნება  $p(t) \cdot N_3(t)$ . სულ კი მესამე მხარის დანახარჯი მშვიდობისმყოფელი ღონისძიებებზე იქნება

$$\int_0^{t^{**}} p(t) N_3(t) dt \quad (4.1.5)$$

მინიმალური სამშვიდობო დანახარჯის ამოცანაში საჭიროა ვიპოვოთ (4.1.5) ფუნქციონალის მინიმუმი.

$$\int_0^{t^{**}} p(t) N_3(t) dt \rightarrow \inf \quad (4.1.6)$$

სადაც  $N_3(t)$  აქვს სახე (1.3.3), ხოლო საძებნი პარამეტრებია  $\gamma$  და  $N_{30}$ , (4.1.2)-(4.1.4) შეზღუდვებით. განვიხილოთ უფრო დეტალურად სწრაფქმედების ამოცანა (4.1.1)-(4.1.3). გამოვიკვლიოთ სწრაფქმედების ამოცანის განსაზღვრის არე. რადგანაც  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , მაშინ აქედან გვაქვს ძირითადი შეზღუდვა  $\gamma$ -ზე. კერძოდ,

$$\gamma < \frac{\alpha^2}{8\beta}. \quad (4.1.7)$$

ამდენად (4.1.3) შეზღუდვა გვაძლევს ახალ ინფორმაციას - ახალ არეს  $\gamma$ -სთვის, თუ

კი  $K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$ . ამიტომ (4.1.3) და (4.1.7) შეზღუდვები გაერთიანდებიან და გვაქვს

$$0 < \gamma \leq K < \frac{\alpha^2}{8\beta} \quad (4.1.8)$$

ეხლა განვიხილოთ (4.1.2) შეზღუდვის მარცხენა მხარე და გარდავქმნათ იგი.

$$\gamma > \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - N_{30} \right) N_{30} \quad (4.1.9)$$

$N_{30} > 0$  საკოორდინატო სიბრტყეზე (4.1.9) უტოლობა გვამღევს არეს, რომლის ერთი ნაწილი ქვემოდან შემოსაზღვრულია პარაბოლის

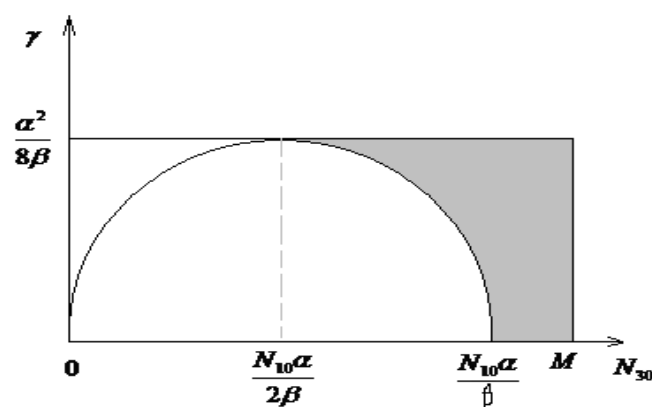
$$\gamma = \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - N_{30} \right) N_{30}, \quad (4.1.10)$$

მარჯვენა ტოტით, რომელიც ქვევითაა მიმართული, იგი  $0 < N_{30}$  აბცისთა ღერძს კვეთს შემდეგ წერტილში:  $\frac{N_{10}\alpha}{\beta}$ , ხოლო  $\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}$  წერტილში იღებს მაქსიმალურ მნიშვნელობას

$\frac{\alpha^2}{8\beta}$  (ნახატი 1), ხოლო ზემოდან, განსაზღვრის არე შემოსაზღვრულია  $\gamma = \frac{\alpha^2}{8\beta}$ , წრფის

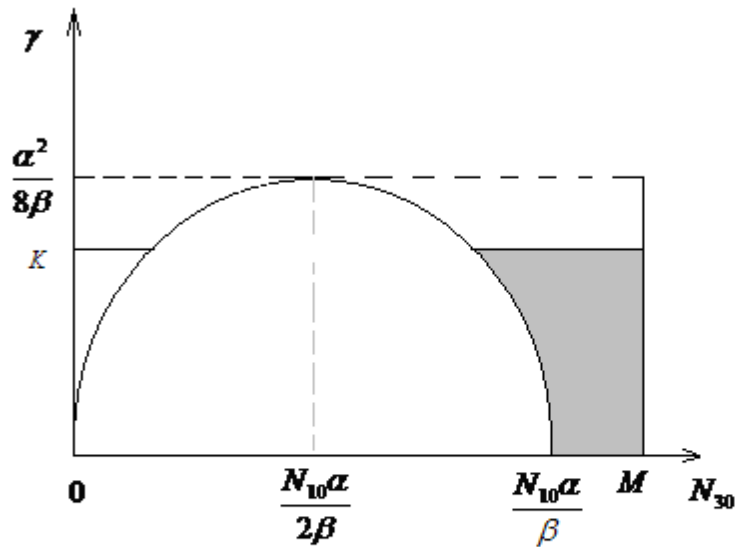
ერთი ნაწილით, როცა  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  (იხ. ნახატი 4.1.1), და წინააღმდეგ შემთხვევაში შემო-

საზღვრულია  $\gamma = K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$  წრფის ერთი ნაწილით (იხ. ნახატი 4.1.2) (პარაბოლის მარჯვენა ტოტის ზემოთ).



ნახატი 4.1.1





ნახატი 4.1.2

ამდენად სწრაფქმედების ამოცანის განსაზღვრის არე ბმულია, თანაც  $N_{30} > \frac{N_{10}\alpha}{2\beta}$ ,  
 ანუ უნდა განვიხილოთ განსაზღვრის არე  $N_{30} = \frac{N_{10}\alpha}{\beta}$  ვერტიკალური წრფის მარჯვნივ.  
 თუ  $K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$ , მაშინ ეს არეა ნახაზ 4.4.1-ში გამუქებული ღია სიმრავლეა, ამასთან მასში არ  
 შედიან  $\gamma = K$  წრფის და (4.1. 10) პარაბოლის მარჯვენა ტოტის გადაკვეთის, თვით ამ  
 პარაბოლის და  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, 0)$  წერტილები. თუ კი ადგილი აქვს  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  -ს, მაშინ  
 განსაზღვრის არეა ნახატი 4.1.2-ში აღნიშნული გამუქებული სიმრავლე.  $(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, \frac{\alpha^2}{8\beta})$  არ  
 შედის ამ არეში, ამასთან ამ არეში არ შედიან (4.1.10) პარაბოლის და  $\gamma = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  წრფის  
 წერტილები.

ზემოთ აღნიშნულის გამო, სწრაფქმედების ამოცანა წარმოადგენს მინიმაზაციის ამოცანას, რომელსაც განსაზღვრის არე აქვს ღია ბმული სიმრავლე. გვაქვს შემდეგი ექსტრემალური ამოცანა შეზღუდვით

$$f(\gamma, N_{30}) \rightarrow \inf \tag{4.1.11}$$

სადაც

$$(\gamma, N_{30}) \in Q \quad (4.1.12)$$

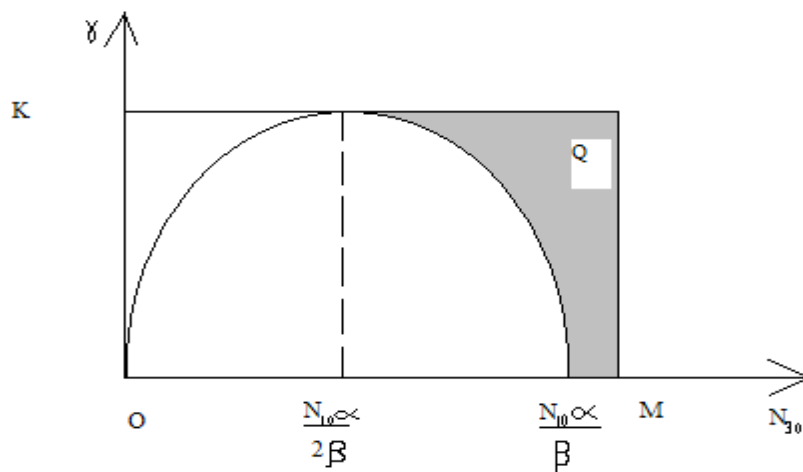
განვიხილოთ ცალ-ცალკე ორი შემთხვევა:  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  და  $K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$ .

A.  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$ , ამ შემთხვევაში Q სიმრავლე ნახაზ 4.1.3-ზე აღნიშნულია გამუქებული

არით. Q სიმრავლე ქვემოდან შემოსაზღვრულია (4.1.10) პარაბოლის მარჯვენა ტოტით, ამასთან მასში არ შედის ამ პარაბოლის მარჯვენა ტოტის წერტილები, მათ შორის პარაბოლის სათავე  $(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, \frac{\alpha^2}{8\beta})$  და პარაბოლის გადაკვეთის წერტილი აბცისასთან  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, 0)$ ,

ამ ბოლო წერტილიდან M წერტილამდე აბცისთა ღერძზე -  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, M]$  ნახევარმონაკვეთით Q სიმრავლე ასევე შემოსაზღვრულია ქვემოდან, Q-ში ამ ნახევარმონაკვეთის წერტილები შედიან. ზემოდან Q სიმრავლე შემოსაზღვრულია  $\gamma = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  წრფის მონაკვეთით

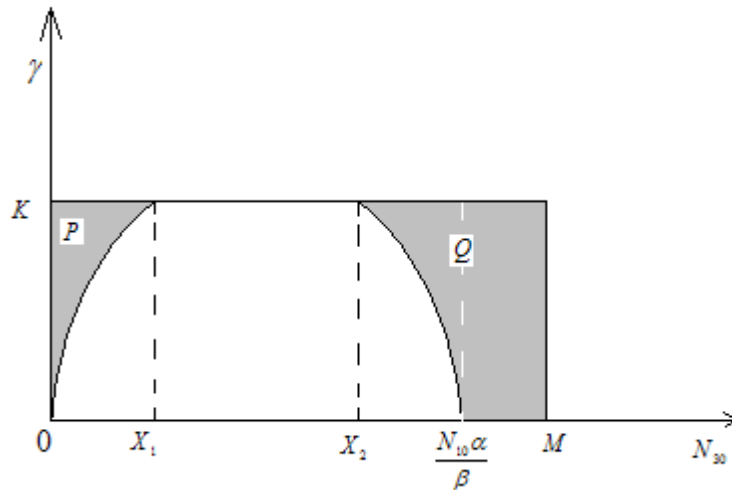
გამავალს  $(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, M)$ -ზე, ამასთან ამ მონაკვეთის წერტილები არ შედის Q სიმრავლეში. მარჯვნიდან Q სიმრავლე შემოსაზღვრულია  $N_{30} = M$  წრფის მონაკვეთით, ამასთან  $(M, 0)$  წერტილი შედის Q სიმრავლეში, ხოლო  $(M, \frac{\alpha^2}{8\beta})$  - არა.



ნახატი 4.1.3

ბ. ვთქვათ, ახლა  $K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$ . ამ შემთხვევაში (4.1.11)-(4.1.12) ექსტრემალური ამოცანის

შეზღუდვის არე იქნება შემდეგნაირი. Q სიმრავლე ქვემოდან შემოსაზღვრულია (4.1.10) პარაბოლის მარჯვენა ტოტით იხილე ნახატი 4.1.4,



ნახატი 4.1.4

ამასთან მასში არ შედის ამ პარაბოლის მარჯვენა ტოტის წერტილები განსაზღვრული  $(0, X_2)$  ღია მონაკვეთის შესაბამისად, სადაც  $X_2$  წარმოადგენს (4.1.10) პარაბოლისა და  $\gamma = K$  წრფის გადაკვეთის წერტილის აბცისას

$$X_2 = \frac{N_{10}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta K})}{2\beta}, \quad (4.1.13)$$

Q სიმრავლე ასევე შემოსაზღვრულია ქვემოდან, პარაბოლის გადაკვეთის წერტილიდან აბსცისასთან  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, 0)$ -დან  $M$  წერტილამდე აბცისათა ღერძზე  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, M]$ ; ნახევარმონაკვეთით Q-ში ამ ნახევარმონაკვეთის წერტილები შედიან. ზემოდან Q სიმრავლე შემოსაზღვრულია  $\gamma = K$  წრფის მონაკვეთით განსაზღვრულს  $(X_2, M)$ -ზე, ამასთან ამ მონაკვეთის მარცხენა წერტილი არ შედის Q სიმრავლეში. მარჯვნიდან Q სიმრავლე შემოსაზღვრულია  $N_{30} = M$  წრფის მონაკვეთით,  $(M, 0)$ -დან  $(M, K)$  - მდე. მისი წერტილები შედიან Q სიმრავლეში.

ექსტრემალური ამოცანების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდების გამოყენებისთვის ხშირად სასარგებლოა განსაზღვრის არე გარდაიქმნას სხვა, რაიმე თვალსაზრისით, უფრო მოსახერხებელ არედ. შემოვიტანოთ ლემა, რომელიც ამ საკითხში დაგვეხმარება.

ვთქვათ გვაქვს ექსტრემალური ამოცანა

$$\begin{cases} f(x) \rightarrow \inf \\ x \in \Omega \subset R^n \end{cases} \quad (4.1.14)$$

სადაც  $f: R^n \rightarrow R^n$ . ავიღოთ რაიმე  $N \subset R^n$  სიმრავლე და მასზე განსაზღვრული ურთიერთ ცალსახა უწყვეტი ასახვა  $g: N \rightarrow \Omega$ ; განვიხილოთ ამოცანა

$$\begin{cases} (f \circ g)(t) \rightarrow \inf \\ t \in N \end{cases} \quad (4.1.15)$$

**ლემა 5.** თუ (4.1.15) ექსტრემალური ამოცანის ლოკალური მინიმუმის წერტილია  $t^*$ , ან გვაქვს  $\{t_n\}$  მინიმიზირებადი მიმდევრობა; მაშინ ურთიერთ ცალსახა უწყვეტი ასახვისთვის  $g: N \rightarrow \Omega$ ,  $g(t^*) = x^*$  არის (4.1.14) ექსტრემალური ამოცანის ლოკალური მინიმუმის წერტილი, ან შესაბამისად  $\{g(t_n) = x_n\}$  არის მინიმიზირებადი მიმდევრობა; თუ  $t^*$ -ში მიიღწევა მინიმუმი, მაშინ

$$(f \circ g)(t^*) = (f \circ g)^* = f(x^*) = f^* \quad (4.1.16)$$

**დამტკიცება.** თუ  $t^*$  არის  $f \circ g$  ფუნქციის მინიმუმის წერტილი, ეს ნიშნავს, რომ არსებობს  $t^*$ -ის  $\delta$  მიდამო, რომლისთვისაც სამართლიანია, რომ ყოველი  $t \in \delta$ -სთვის სრულდება

$$(f \circ g)(t) \geq (f \circ g)(t^*) \quad (4.1.17)$$

ვანახოთ, რომ  $x^* = g(t^*)$  არის  $f$ -ის მინიმუმის წერტილი. დამტკიცება ვაწარმოოთ საწინააღმდეგოს დაშვებიდან: ვთქვათ გვაქვს  $\{\delta_n\} \rightarrow 0$ ,  $x^*$ -ის მიდამოების მიმდევრობა, და ყოველი  $\delta_n$  განსაზღვრავს  $x^*$ -ის იმ მიდამოს, რომლის ნებისმიერი წერტილისთვის სამართლიანია  $\rho(x, x^*) < \delta_n$ . სადაც  $\rho$  მეტრიკაა  $R^n$ -ში. თუ  $x^*$  არ არის  $f$ -ის მინიმუმის წერტილი, მაშინ არსებობს  $x_n$  წერტილი,  $x_n \in \delta_n$ , რომლისთვისაც  $f(x_n) < f(x^*)$ . ცხადია, რომ  $\{x_n\} \rightarrow x^*$ , ხოლო თუ ავიღებთ  $\{t_n = g^{-1}(x_n)\}$  მიმდევრობას, მაშინ  $g$  ფუნქციის ურთიერთცალსახა უწყვეტობიდან გამომდინარე, გვაქვს, რომ  $\{t_n\} \rightarrow t^*$  და ამ მიმდევრობის ყველა წევრი, მოთავსებული  $t^*$ -ის  $\delta$  მიდამოში, აკმაყოფილებს პირობას:

$$f(g(t_n)) < f(g(t^*))$$

რაც ეწინააღმდეგება (4.1.17)-ს. მიღებული წინააღმდეგობა ამტკიცებს ლემის სამართლიანობას. ფუნქციათა უწყვეტობიდან გამომდინარე სამართლიანია (4.1.16). იმ შემთხვევაში, როცა მინიმუმის წერტილი არ მიიღწევა, ე.ი. გვაქვს მინიმიზირებადი მიმდევრობა  $\{t_n\}$ , მაშინ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (f \circ g)(t_n) = (f \circ g)^* = \inf (f \circ g)(t)$$

შევნიშნოთ, რომ  $g$  ფუნქციის ურთიერთცალსახა უწყვეტობიდან გამომდინარე

$$\inf_{t \in N} (f \circ g)(t) = \inf f(g(t)) = \inf f(x) = (f \circ g)^*$$

გვაქვს

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (f \circ g)(t_n) = \lim f(g(t_n)) = \lim f(x_n) = (f \circ g)^*$$

ლემა დამტკიცებულია. განვიხილოთ (4.1.11)-(4.1.12) ამოცანა, როცა  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$ ,

$$\begin{cases} (f \circ g)(x, y) \rightarrow \inf \\ (x, y) \in \Omega \end{cases} \quad (4.1.18)$$

განვიხილით ორი შემთხვევა:

ა) როცა  $\frac{N_{10}\alpha}{2\beta} < M \leq \frac{N_{10}\alpha}{\beta}$  და გვაქვს A ამოცანა, მაშინ Q სიმრავლეს შევუსაბამოდ

$\Omega \equiv (\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, M) X(0, \frac{\alpha^2}{8\beta})$  სიმრავლე, სადაც ყოველ  $(x, y) \in \Omega$  -ს შევუსაბამოდ

$$\left( x, \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \frac{\left( \frac{\alpha^2}{8\beta} - \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right)}{\frac{\alpha^2}{8\beta}} \right) \in Q \quad (4.1.19)$$

B ამოცანის შემთხვევაში, Q სიმრავლეს შევუსაბამოდ  $\Omega \equiv (X_2, M) X(0, K)$  სიმრავლე, სადაც  $X_2$  განისაზღვრება (4.1.13)-დან. შესაბამისობა განვსაზღვროთ შემდეგნაირად ყოველ  $(x, y) \in \Omega$  -ს შევუსაბამოდ

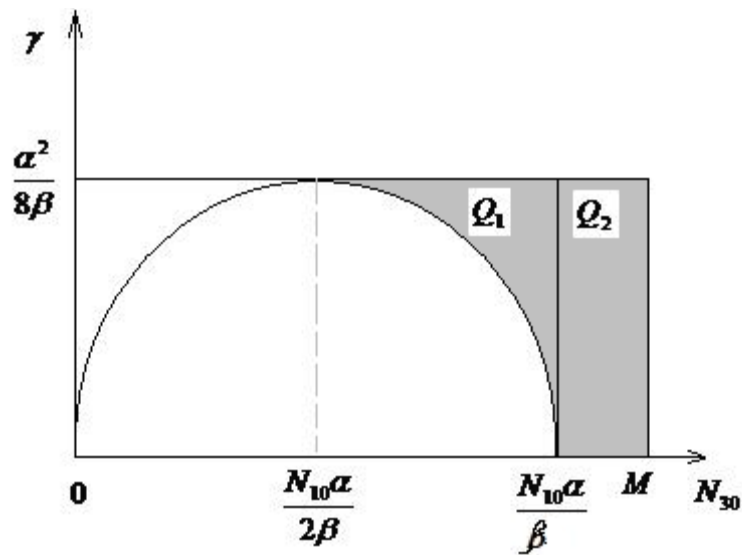
$$\left( x, \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \frac{\left( K - \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right)}{K} \right) \in Q \quad (4.1.20)$$

ცხადია, რომ უნდა სრულდებოდეს  $X_2 = \frac{N_{10}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta K})}{2\beta} < M$ , წინააღმდეგ შემ-

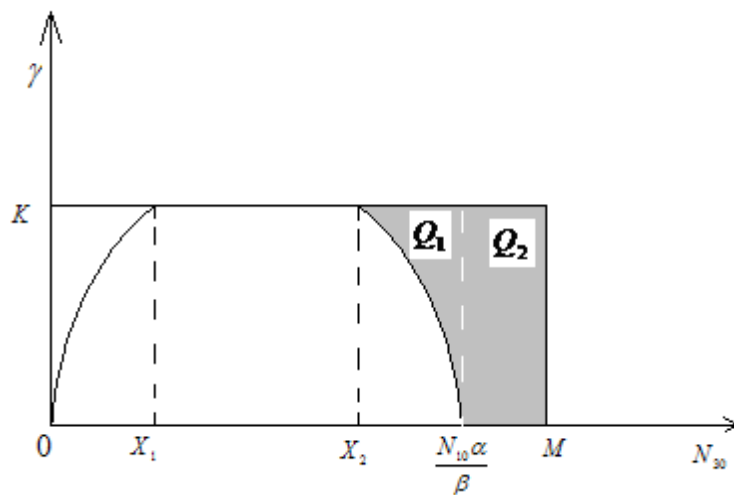
თხვევაში არ გვექნება მინიმიზაციის ამოცანა.

ბ) როცა  $\frac{N_{10}\alpha}{\beta} < M$ , მაშინ Q სიმრავლე შეიძლება წარმოვიდგინოთ ორი  $Q_1$  და  $Q_2$

სიმრავლეების გაერთიანებით. იხ. ნახატი 4.1.5 და 4.1.6.



ნახატი 4.1.5



ნახატი 4.1.6

ამდენად, (4.1.20, (4.1.12) ამოცანა ამ შემთხვევაში დაიყვანება ორ ქვეამოცანად, სადაც ერთ შემთხვევაში უნდა გარდავექმნათ  $Q_1$  არე, ხოლო მეორე შემთხვევაში  $Q_2$  -ის გარდაქმნა საჭირო არაა.

1.2. ქვეამოცანა

$$\begin{cases} f(\gamma, N_{30}) \rightarrow \inf \\ (\gamma, N_{30}) \in Q_1 \end{cases} \quad (4.1.30)$$

1.2 ქვეამოცანა

$$\begin{cases} f(\gamma, N_{30}) \rightarrow \inf \\ (\gamma, N_{30}) \in Q_2 \end{cases} \quad (4.1.31)$$

A ამოცანაში  $Q_1$  არეს შეიძლება შევუსაბამოთ  $\Omega_1 \equiv \left(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, \frac{N_{10}\alpha}{\beta}\right) \times \left(0, \frac{\alpha^2}{8\beta}\right)$  არე შემდეგ-

ნაირად: ყოველ  $(x, y) \in \Omega_1$  -ს შევუსაბამოდ

$$\left( x, \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( \frac{\frac{\alpha^2}{8\beta} - \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x}{\frac{\alpha^2}{8\beta}} \right) \right) \in Q_1 \quad (4.1.32)$$

$$\left( x, \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right) \in Q_1 \quad (4.1.33)$$

$Q_2$  არე რჩება გარდაქმნის გარეშე, რადგანაც იგი ისედაც მართკუთხედია, მაგრამ დავაზუსტოდ მისი საზღვრები: კერძოდ მასში არ შედის  $\gamma = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  წრფის წერტილები, წერტილი  $\left(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, 0\right)$ . მინიმიზაციის ფუნქციასახალ არეებზე ექნება სახე

$$t^* = f(\gamma, N_{30}) = \frac{1}{\sqrt{D}} \left[ \ln \frac{2\beta N_{30} - \left(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}\right) N_{10}}{2\beta N_{30} - \left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}\right) N_{10}} \right] = F(x, y) \rightarrow \inf \quad (4.1.34)$$

$$N_{30} = x ; \gamma = \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right) \quad (4.1.35)$$

ხოლო  $\lambda_1, \lambda_2$  გამოითვლება (1.3.)-ით. ჩავსვათ რა  $f(\gamma, N_{30})$  -ში (4.1.35) მივიღებთ  $F(x, y)$  -მინიმიზირებად ფუნქციას.

$$F(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - 8\beta \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right)}} \times \left( \frac{2\beta x - \left( \alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right)} \right) N_{10}}{2\beta x - \left( \alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right)} \right) N_{10}} \right) \ln \left( \frac{\left( 2\beta x - \left( \alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right)} \right) N_{10} \right)}{\left( 2\beta x - \left( \alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right)} \right) N_{10} \right)} \right) \right) \quad (4.1.36)$$

განვიხილოთ A ამოცანა კონკრეტული მნიშვნელობებისთვის. კერძოდ  $\alpha = 0,8$  ;

$\beta = 0,05; N_{10} = 5; M = 200; \frac{\alpha^2}{8\beta} = 1,6; \frac{N_{10}\alpha}{2\beta} = 40;$  მაშინ  $Q_2$ -ს აქვს სახე

$Q_2 = [80:200]X(0;1,6)$  და მასზე  $f(\gamma, N_{30})$  ფუნქცია იღებს მნიშვნელობებს იხილე ლოსტინგი 4.1.1., ნახატი 4.1.7, 4.1.8, 4.1.9

ლოსტინგი 4.1.1

```
%PIRIQIT x da y-is cvlileba miznis f -Si
```

```
a=0.8;b=0.05;n10=5;
```

```
g=0.001:.01:1.599;n=80:10:200;
```

```
d=sqrt(a^2-8*b*g);l1=(a+sqrt(a^2-8*b*g))/2;l2=(a-sqrt(a^2-8*b*g))/2;
```

```
[X Y]=meshgrid(n,g);
```

```
Z=(1./sqrt(a^2-8*b.*Y)).*log((2*b*X-n10*(a-sqrt(a^2-8*b*Y))...
```

```
./(2*b*X-n10*(a+sqrt(a^2-8*b*Y))));
```

```
surf(X,Y,Z);grid on; view([-220,20]);xlabel('Prevention')
```

```
ylabel('gamma')
```

```
zlabel('time')
```

```
figure
```

```
plot3(X,Y,Z);grid on;view([-220,20]);
```

```
xlabel('Prevention')
```

```
ylabel('gamma')
```

```
zlabel('time')
```

```
figure;hs1=mesh(X,Y,Z);grid on;view([-220,20]);
```

```
xlabel('Prevention')
```

```
ylabel('gamma')
```

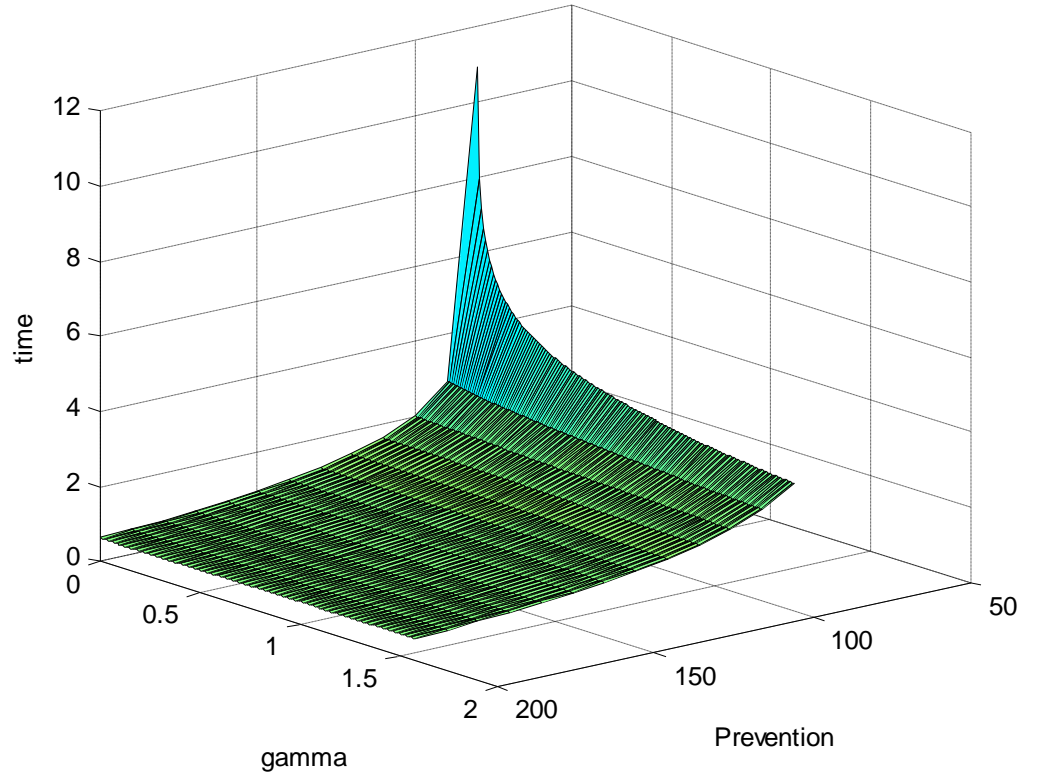
```
zlabel('time')
```

```
figure;
```

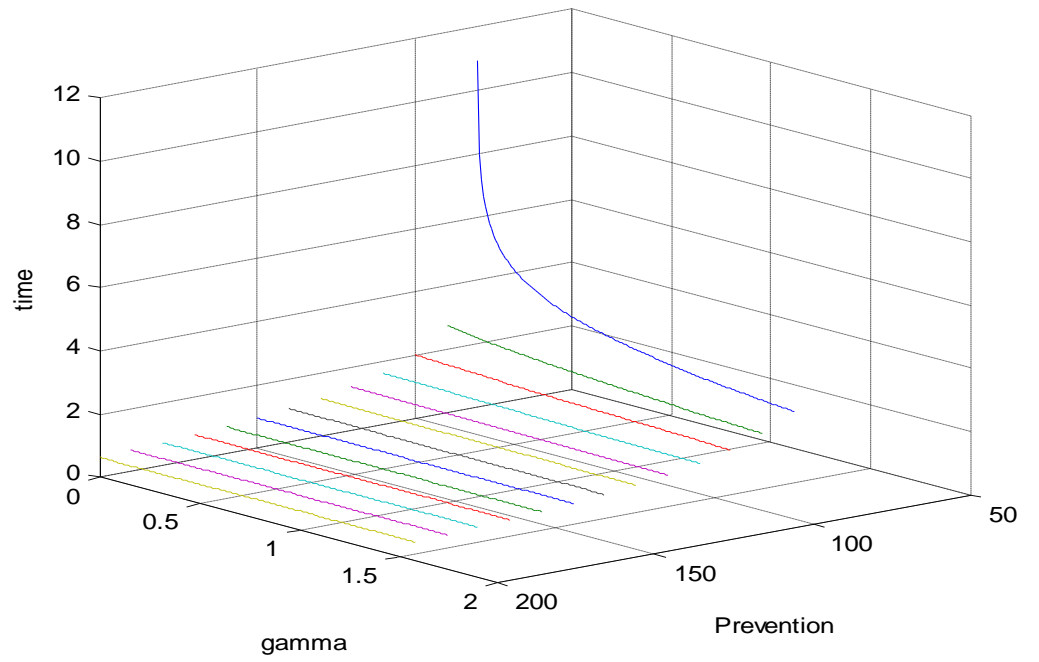
```
[Cmatr,h]=contour(X,Y,Z);
```

```
clabel(Cmatr,h)grid on;
```

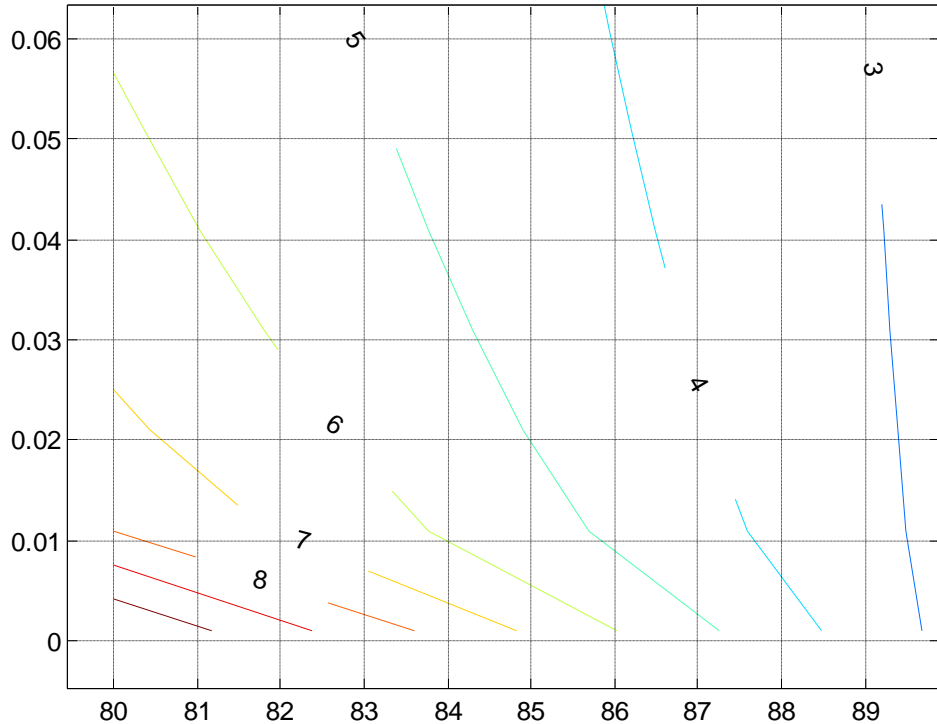




ნახატი 4.1.7



ნახატი 4.1.8



ნახატი 4.1.9 დონის წირები  $Q_2$  არეზე

და ფუნქციის შესწავლის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ იგი მონოტონურად კლებადია, იცვლება ძირითადად მდორედ, გარდა  $\left(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}; 0\right)$  წერტილის სიახლოვისა, სადაც ის იცვლება მკვეთრად,  $f(\gamma, N_{30})$  იღებს მინი-მალურ მნიშვნელობას განსაზღვრის არის მარჯვენა ზედა წერტილ-თან  $\left(M; \frac{\alpha^2}{8\beta}\right)$ , ამდენად მინიმიზირებადი მიმდევრობა მიისწრაფის  $(\gamma_n; (N_{30})_n) \rightarrow \left(M; \frac{\alpha^2}{8\beta}\right)$ -სკენ, და  $f(\gamma, N_{30})$  ფუნქციის ინფიმუმის მიახლოებით მნიშვნელობად ავიღებთ  $(\gamma_n; (N_{30})_n)$ -ს რომელიმე დიდი  $n$ -სთვის, რომელიც მოგვცემს სასურველ სიზუსტეს. იხილე ლისტინგი 4.1.2.

ლისტინგი 4.1.2

```
%minimumis povna
x0=[70 1];qv=[80 .001];zd=[200 1.599];
mnish=fmincon('mizn',[70 1],[[],[],[],[],[40 .001],[200 1.599])

%miznis funqcia
function zed=mizn(x)
a=.8;b=0.05;n10=5;
```

```

zed=(1/sqrt(a^2-8*b*x(2)))*log((2*b*x(1)-n10*(a-sqrt(a^2-
8*b*x(2))))...
/(2*b*x(1)-n10*(a+sqrt(a^2-8*b*x(2)))));

```

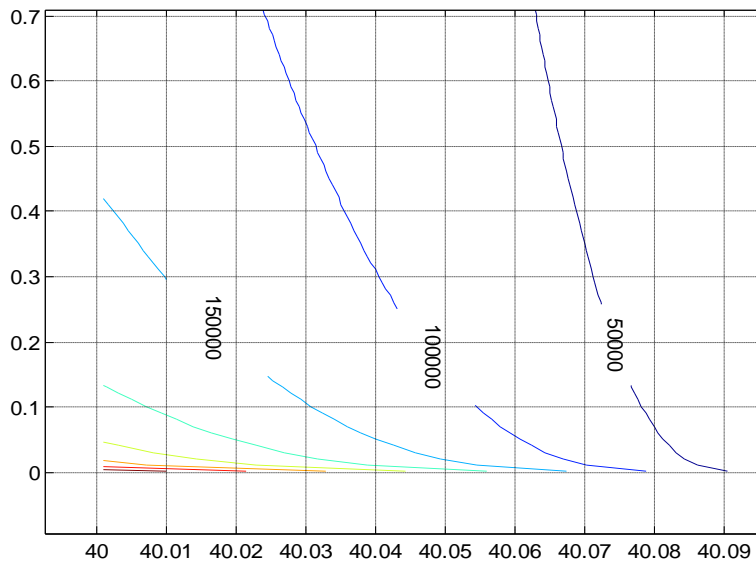
მინიმუმის წერტილად 0,0126 სიზუსტით, ფუნქციის ვიზუალიზაციდან გამომდინარე, მივიჩნიოთ (1,591;200) სადაც ფუნქცია ლეზულობს მნიშვნელობას 0,6251. მაგრამ უფრო საფუძვლიანი დასკვნისათვის გამოვიყენოთ მინიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები. Matlab-ში არაწრფივი მინიმიზაციის პროგრამა fmincon -ს გამოყენებით, (იხილეთ ლისტინგი 4.1.2) ვღებულობთ: mnish = 200.0000 1.5990 mizn = 0.6250 flag =1; რაც ნიშნავს, რომ რიცხვითი მეთოდით ნაპოვნი ფუნქციის მინიმუმის მნიშვნელობაა 0,6250 რომელიც მიიღწევა წერტილში (1,5990;200) -ში. ამდენად, მინიმიზაციის ამოცანა გადაწყვეტილია  $Q_2$  სიმრავლეზე. განვიხილოთ მინიმიზაციის ამოცანა ჯერ  $Q_1$  სიმრავლეზე, ხოლო შემდეგ  $P$  სიმრავლეზე. მინიმიზაციის ეს ამოცანები გადავწყვიტოთ ასევე Matlab-ში არაწრფივი მინიმიზაციის პროგრამა fmincon -ს გამოყენებით. აქაც ვიზუალურად (იხილეთ ლისტინგი 4.1.3, ნახატი 4.1.10)

### ლისტინგი 4.1.3

```

%FUNQCIIS VIZUALIZACIA
a=.8;b=.05;n10=5; u=n10*a/b;u1=4/u^2;u3=b/(2*n10^2);
x=40.001:.1:80;
y=.001:.01:1.599;
[X Y]=meshgrid(x,y);
Z1=(1./sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-X).*X+(1-u1*(u-X).*X).*Y)));
Z2=log((2*b*X-n10*(a-sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-X).*X+(1-u1*(u-X).*X).*Y))))...
./((2*b*X-n10*(a+sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-X).*X+(1-u1*(u-X).*X).*Y)))));
Z=Z1.*Z2;
surf1(X,Y,Z);grid on; view([-220,20]);xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')
zlabel('time')
figure
plot3(X,Y,Z);grid on;view([-220,20]);
xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')
zlabel('time')
figure;hs1=mesh(X,Y,Z);grid on;view([-220,20]);
xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')
zlabel('time')
figure;
[Cmatr,h]=contour(X,Y,Z);
clabel(Cmatr,h)
grid on;

```



ნახატი 4.1.10 დონის წირები  $Q_1$  არეზე

დონის წირების საშუალებით შეიძლება დავასკვნათ, რომ მინიმალური მნიშვნელობა მიიღწევა  $Q_1$  განსაზღვრის არის ზედა მარჯვენა კუთხეში და მინიმუმის წერტილად მივიჩნიოთ(1,591;79,901) სადაც ფუნქცია ღებულობს 2,5109 -ს ტოლ მინიმალურ მნიშვნელობას. Matlab-ში არაწრფივი მინიმიზაციის პროგრამა fmincon -ს გამოყენებით, (იხილეთ ლისტინგი 4.1.4)

ლისტინგი 4.1.4

```
%minimumis povna
x0=[60 1];qv=[39.999 .001];zd=[79.999 1.599];
[mnish1,mizn1,flag]=fmincon('mizn1',[70 1],[],[],[],[],[],[39.999
.001],[79.999 1.599])

% Miznis funqcia
function zed1=mizn1(x)
a=.8;b=0.05;n10=5;u=n10*a/b;u1=4/u^2;u3=b/(2*n10^2);
Z1=(1./sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-x(1)).*x(1)+(1-u1*(u-x(1)).*x(1)).*x(2)))));
Z2=log((2*b*x(1)-n10*(a-sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-x(1)).*x(1)+(1-u1*(u-x(1)).*x(1)).*x(2)))))...
./ (2*b*x(1)-n10*(a+sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-x(1)).*x(1)+(1-u1*(u-x(1)).*x(1)).*x(2))))));
zed1=Z1.*Z2;
```

ვღებულობთ mnish1 =(79.9990 ; 1.5990), mizn1 = 2.5006; flag = 1, რაც ნიშნავს, რომ რიცხვითი მეთოდით ნაპოვნი ფუნქციის მინიმუმის მნიშვნელობაა 2,5006; რომელიც მიიღწევა წერტილში (1,5990;79,999) -ში. ამდენად მინიმიზაციის ამოცანა გადაწყვე-

ტილია  $Q_1$  სიმრავლეზე. შევადარებთ, რა  $Q_1$  და  $Q_2$  სიმრავლეებზე მინიმიზაციის ამოცანების ამონახსნებს, ვასკვნით, რომ მინიმალური მნიშვნელობა,  $10^{-4}$  სი-ზუსტით, ჩვენს კონკრეტულ სწრაფქმედების ამოცანაში, ტოლია 0,6250-სა და მიიღწევა წერტილში (1,5990;200). ეს კი ნიშნავს, იმას რომ, მესამე მხარემ არსებული გამოყოფილი რესურსების (სამშვიდობო აქტიურობის -  $\beta = 1,599$  და პრევენციის  $N_{30}=200$ ) სრული მობილიზაციით შეძლებს ინფორმაციული ომის ჩაცხრობას  $t^*=0,625$  დროის ერთეულის რაოდენობაში. სხვა რაოდენობის რესურსების გამოყენების შემთხვევაში, რომელთა საშუალებითაც ასევე შესაძლებელია ინფორმაციული ომის ჩაქრობა, ამ შედეგისთვის საჭირო დრო  $t$  იქნება არანაკლები სამშვიდობო სწრაფქმედების  $t^*$  დროზე:  $t \geq t^*$ .

## §4.2. ოპტიმალური მართვის ამოცანა ინფორმაციული ომის

### მათემატიკურ მოდელში

ინფორმაციული ომის ადრე აგებულ მათემატიკურ მოდელებში მესამე, მშვიდობის-მყოფელი მხარის ჩართულობა ემორჩილება გარკვეულ კანონზომიერებას, რომელიც, ისევე როგორც ანტაგონისტური მხარეების მოქმედება, აღიწერება დიფერენციალური თუ სხვაობიანი თანაფარდობებით (1.1.1), (2.1), ანუ შეიძლება ითქვას, რომ მესამე მხარე მოქმედებს ე.წ. "სამტატო პირობებში". მიუხედავად ამ "სამტატო პირობების" რიგი შეზღუდულობისა, უმეტეს შემთხვევაში სამშვიდობო მხარე ახერხებს ინფორმაციული ომის ჩაქრობას სამშვიდობო აქტიურობის  $\gamma$  პარამეტრისა და პრევენციის - საწყისი მნიშვნელობის  $N_{30}$  შერჩევით. განვიხილოთ შემთხვევა, როცა მესამე, სამშვიდობო მხარის ჩართულობა არ ემორჩილება დიფერენციალური თუ სხვაობიანი თანაფარდობების კანონზომიერებას, მას მინიჭებული აქვს მოქმედების სრული თავისუფლება და მის მიმართ დასმულია ერთადერთი ამოცანა - მოახერხოს ინფორმაციული ომის დასრულება მის მიერ არსებული ყველა რესურსის გამოყენებით. ანუ, ინფორმაციული ომის განსაკუთრებულობის შემთხვევაში, მესამე მხარეს ეძლევა განსაკუთრებული უფლებამოსილება ინფორმაციული ომის ჩასაქრობათ. მოვახდინოთ ამ შემთხვევის აღწერა მათემატიკური მოდელებით და შემდეგ მისი შესწავლა.

ვთქვათ, ინფორმაციულ ომში პირველი და მეორე მხარეები დროის  $t$  მომენტში შესაბამისად ავრცელებენ მაპროვოცირებელ  $x_1(t)$  და  $x_2(t)$  რაოდენობის ინფორმაციას. მესამე მხარე კი დროის  $t$  მომენტში სამშვიდობო მოწოდების ხასიათის მქონე  $u_1(t)$  ინფორმაციის რაოდენობით მიმართავს პირველ მხარეს და შესაბამისად  $u_2(t)$  ინფორმაციის რაოდენობით - მეორე მხარეს. დროის ყოველი  $t$  მომენტში მესამე მხარის მოწოდებები იმ რესურსით არიან შეზღუდულები, რომელიც გააჩნია მესამე მხარეს, ანუ  $(u_1(t), u_2(t)) \in U$ , სადაც  $U \subset R^2$  სიმრავლე წარმოადგენს შეზღუდვას მესამე მხარისთვის,

და ვთქვათ ის ამოზნექილი მრავალკუთხედი. დავუშვათ, პირველი მხარის მიერ ინფორმაციის გავრცელების სისწრაფე პროპორციულია და წრფივადაა დამოკიდებული მისი, მეორე და მესამე მხარეების მიერ გავრცელებულ ინფორმაციის რაოდენობაზე. ასევე, მეორე მხარის მიერ ინფორმაციის გავრცელების სისწრაფე პროპორციულია და წრფივადაა დამოკიდებული მისი, პირველი და მესამე მხარის მიერ გავრცელებულ ინფორმაციის რაოდენობაზე. ამდენად მივიღებთ ინფორმაციული ომის თავისუფალი მესამე მხარის ზოგად წრფივ მათემატიკური მოდელს:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) - b_1u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) - b_2u_2(t) \end{cases} \quad (4.2.1)$$

ამასთან

$$x_1(0) = x_{10}; x_2(0) = x_{20} \quad (4.2.2)$$

სადაც  $a_{ij} \geq 0$  (თუ ორივე აგრესორია),  $b_i > 0$ ,  $i, j = 1, 2$ ; თუ კი ავღნიშნავთ  $x_0 = (x_{10}, x_{20})$ , ხოლო  $O = (0, 0)$  - კოორდინატთა სათავეა  $0x_1x_2$  სიბრტყეზე, მაშინ შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ ინფორმაციული ომის თავისუფალი მესამე მხარის ზოგადი წრფივი მათემატიკური მოდელის მართვის ამოცანა: შევარჩიოთ მესამე მხარის  $u(t) = (u_1(t), u_2(t))^T \in U$  უბან-უბან უწყვეტი ფუნქცია, ისეთი, რომელიც ინფორმაციულ ომს, რომელიც  $t = 0$  დროში ხასიათდება პირველი და მეორე მხარეების მიერ გავრცელებული  $x_0 = (x_{10}, x_{20})$  ინფორმაციის რაოდენობით და პროცესი იცვლება (4.2.1) პირობებში, გადაიყვანს დროის რომელიღაც  $t^*$  მომენტში  $O = (0, 0)$  მდგომარეობაში. ანუ  $t^*$  დროის მომენტში პირველი და მეორე მხარეები ასრულებენ ინფორმაციულ ომს:  $x_1(t^*) = 0$  და  $x_2(t^*) = 0$ . ვთქვათ,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -b_1 & -0 \\ -0 & -b_2 \end{pmatrix} \quad x(t) = (x_1(t), x_2(t))^T \quad (4.2.3)$$

მაშინ (4.2.1), (4.2.2) ჩაიწერება ვექტორული სახით

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.2.4)$$

სადაც  $x(t_0) = x_0 \quad (4.2.5)$

ვიტყვიან, რომ თუ  $u(t) \in U$ , ის დასაშვები მართვია. თუ კი არსებობს დასაშვები მართვა, რომელიც ინფორმაციულ ომს (4.2.5) მდგომარეობიდან რომელიღაც  $t^*$  მომენტში გადაიყვანს  $O = (0, 0)$  მდგომარეობაში (4.2.4) -ის გათვალისწინებით, მაშინ ამბობენ, რომ  $O = (0, 0)$  მდგომარეობა მიღწევადია  $x(t_0) = x_0$  მდგომარეობიდან, ხოლო  $x_0$  არის მართვადი მდგომარეობა. თუ ნებისმიერი  $x_0$  მდგომარეობა  $t_0$  მომენტში არის მართვადი, მაშინ სისტემას  $t_0$  მომენტისთვის ეწოდება მართვადი, ხოლო თუ კი ეს პირობა სრულდება

ყოველი  $t_0$  მომენტისთვის, მაშინ სისტემას ეწოდება სრულად მართვადი. თუ კი ინფორმაციული ომის მოცემული ავტონომიური უწყვეტი დინამიური სისტემისთვის - (4.2.4), (4.2.5) არსებობს ერთი მაინც დასაშვები მართვა, მაშინ ეს აღნიშნავს სისტემის მართვადობას. (4.2.4),(4.2.5) სისტემის მართვადობისთვის აუცილებელი და საკმარისი პირობაა რომ, C მატრიცის რანგი იყოს ორის ტოლი [17;18;19;20;] rankC=2, სადაც

$$C = [B, AB] \quad (4.2.6)$$

(4.2.6)-ში C მატრიცა აიგება შემდეგნაირად, მარცხნიდან მარჯვნივ B მატრიცას ემატება A და B მატრიცების ნამრავლი. ჩვენს შემთხვევაში

$$C = \begin{pmatrix} -b_1, -0, -a_{11}b_1, -a_{12}b_2 \\ -0, -b_2, -a_{21}b_1, -a_{22}b_2 \end{pmatrix} \quad (4.2.7)$$

ომისათვის, რომ rankC=2, ანუ, უწყვეტ დინამიურ სისტემის (4.2.4).(4.2.5)-სთვის არსებობს ერთი მაინც დასაშვები მართვა, აუცილებელი და საკმარისია, რომ C -ში იყოს ორი მაინც წრფივად დამოუკიდებელი სვეტი. ეს მიიღწევა მაშინ, როცა სრულდება ერთი მაინც ქვემოთ ჩამოთვლილი პირობებისგან

$$\text{ან } b_1 \neq 0 \text{ და } b_2 \neq 0, \text{ ან } 1 \neq \frac{a_{11}a_{22}}{a_{21}a_{12}}, \text{ ან } a_{21}b_1 \neq 0, \text{ ან } a_{22}b_1b_2 \neq 0, \text{ ან } a_{11}b_1b_2 \neq 0, \text{ ან } a_{12}b_2 \neq 0 \quad (4.2.8)$$

ვთქვათ ყოველი დასაშვები მართვისთვის  $u(t)$ , გვაქვს შესაბამისი T დროის მნიშვნელობა, რომლისათვისაც  $x(T)=0$ , ანუ ეს არის ინფორმაციული ომის დასრულების დრო ამ კონკრეტული მართვისთვის. თუ კი დავსვამთ საკითხს, თუ რომელია ის  $u(t)$  მართვა, რომლისათვისაც რომელიმე მიზნის ფუნქცია ხდება მინიმალური, მაგალითად

$$\int_{t_0}^T f_0(x, \dot{x}, u) dt \rightarrow \inf \quad (4.2.9)$$

მაშინ საქმე გვაქვს ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის ოპტიმალური მართვის ამოცანასთან (4.2.9),(4.2.4),(4.2.5). თუ კი ჩავთვლით (4.2.9)-ში, რომ  $f_0 \equiv 1$  მაშინ ვღებულობთ ოპტიმალური სწრაფქმედების ამოცანას. თუ კი  $f_0$  გამოსახავს დანახარჯის რაოდენობას  $u(t)$  სამშვიდობო აქტიურობის წარმართვისას დროის t მომენტში, მაშინ გვექნება სამშვიდობო საქმიანობისათვის დანახარჯების ოპტიმალური მართვის ამოცანა. განვიხილით ოპტიმალური სწრაფქმედების ამოცანა

$$(T - t_0) \rightarrow \inf \quad (4.2.10)$$

(4.2.4) დინამიური სისტემის, (4.2.5) და

$$x(T) = 0 \quad (4.2.11)$$

სასაზღვრო პირობებისთვის. (4.2.10), (4.2.4), (4.2.5) და (4.2.11) ოპტიმალური მართვის ამოცანა გამოკვლეულია აკად. რ. გამყრელიძის წრფივი დეტერმინირებული დინამი-

ური სისტემების ოპტიმალური მართვის ამოცანების თეორიის საშუალებით [17;24]. ამ თეორიაში მნიშვნელოვანი ადგილი უკავია აკად. ლ. პონტრიაგინის მაქსიმუმის პრინციპს. ვთქვათ

$$H(\psi, x, u) = \psi_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 - b_1u_1) + \psi_2(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 - b_2u_2) \quad (4.2.12)$$

სადაც  $\psi = (\psi_1, \psi_2)$ . (4.2.12) ჰამილტონიანის საშუალებით შევქმნათ დამხმარე - შეუღლებული სისტემა შემდეგი სახით:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_1(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_1} = -(a_{11}\psi_1 + a_{21}\psi_2) \\ \frac{d\psi_2(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -(a_{12}\psi_1 + a_{22}\psi_2) \end{cases} \quad (4.2.13)$$

(4.2.13) ჩავწერთ მატრიცული სახით, იმის გათვალისწინებით, რომ  $A'$  წარმოადგენს  $A$  მატრიცის ტრანსპონირებულ მატრიცას:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A'\psi \quad (4.2.14)$$

ვთქვათ

$$P(\psi(t)) = \max_{u \in U} (-b_1\psi_1u_1 - b_2\psi_2u_2) \quad (4.2.15)$$

მაქსიმუმის პრინციპის თანახმად  $u^*(t) = (u_1^*(t), u_2^*(t))$  არის ოპტიმალური მართვა, თუ კი სრულდება ტოლობა :

$$P(\psi(t)) = (-b_1\psi_1u_1^*(t) - b_2\psi_2u_2^*(t)) \quad (4.2.16)$$

ამდენად (4.2.14) -ის არატრივიალური ამონახსნისთვის თანაფარდობა (4.2.15) ცალსახად განსაზღვრავს  $u^*(t) = (u_1^*(t), u_2^*(t))$  ოპტიმალურ მართვას, და მას სისტემა, რომელიც აღიწერება (4.2.4)-(4.2.5) თანაფარდობებით გადაჰყავს  $x_0$  მდგომარეობიდან  $t_0$  მომენტში  $x(T)=0$  მდგომარეობაში  $T$  მომენტში, თანაც  $T - t_0$  დრო არის უმცირესი. (4.2.1) გადავწერთ შემდეგი სახით

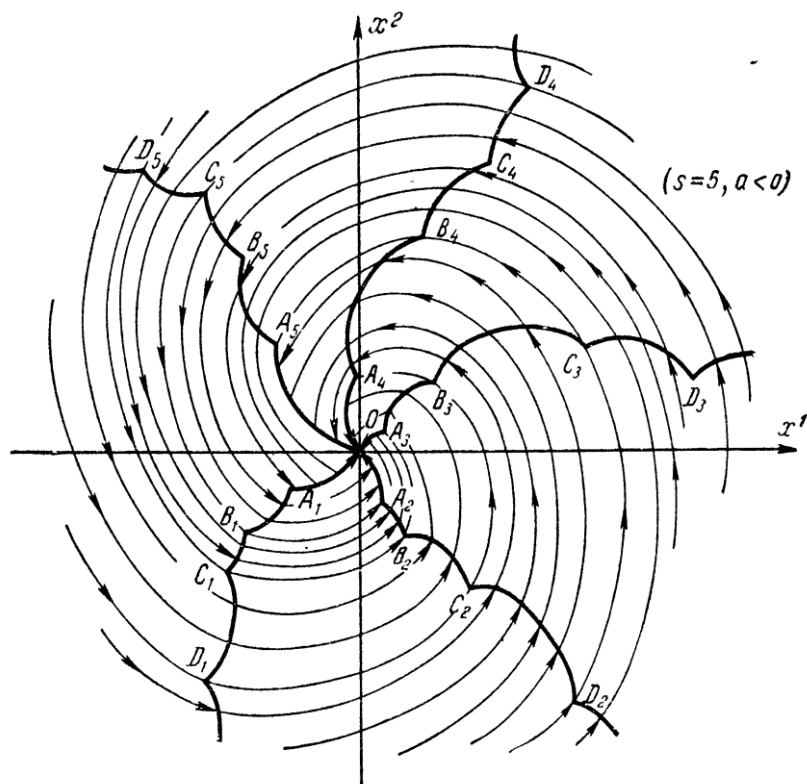
$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + v_1 \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + v_2 \end{cases} \quad (4.2.17)$$

სადაც შემოტანილია ახალი მართვა  $v_1 = -b_1u_1(t)$ ;  $v_2 = -b_2u_2(t)$

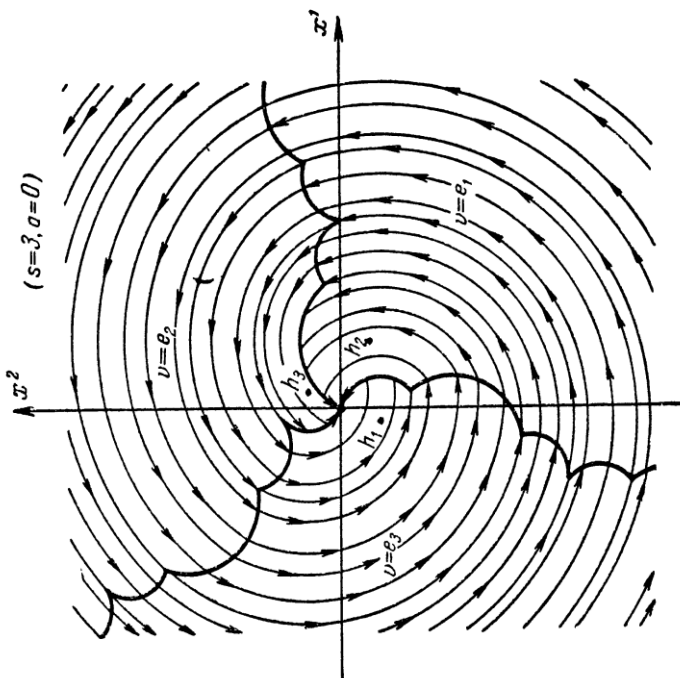
(4.2.17) სისტემისათვის სინთეზის ამოცანის გადაწყვეტისას დგინდება [17;21;24], თუ რა შემთხვევაში შეიძლება ამა თუ იმ საწყისი მდგომარეობიდან კოორდინატთა სათავეში მოხვედრა. ანუ საუბარია სისტემის მართვადობაზე. არსებითია ამ თვალსაზრისით  $A$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობები. ჯერ განვიხილოთ ის შემთხვევები, როცა გვაქვს ნულისგან და ერთმანეთისგან განსხვავებული საკუთრივი მნიშვნელობები.



თუ  $A$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობები კომპლექსური რიცხვებია  $a \pm bi$ , მაშინ  $a < 0$  და  $a = 0$  -სთვის ოპტიმალური სინთეზი შესაძლებელია მთელი სიბრტყისთვის (იხილე ნახატი 4.2.1, 4.2.2.);

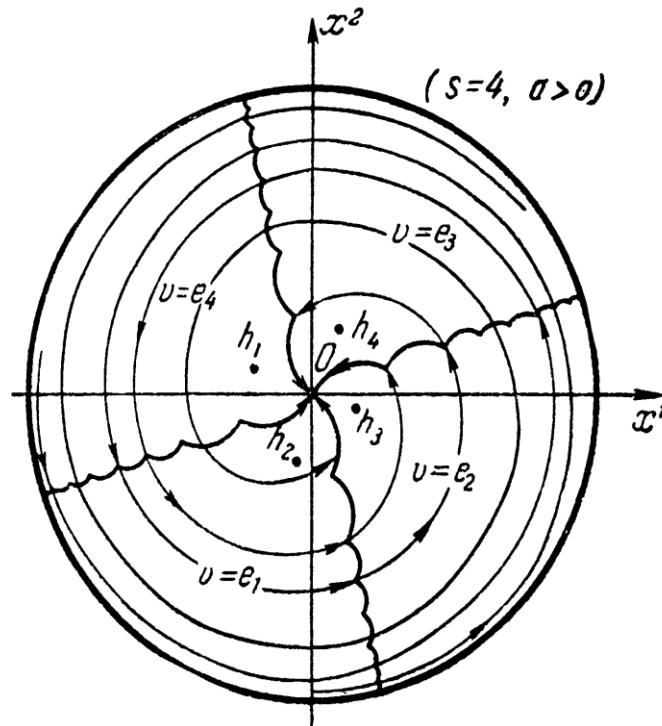


ნახატი 4.2.1. კომპლექსური საკუთრივი მნიშვნელობები, უარყოფითი ნამდვილი ნაწილით, დასაშვები მართვა ხუთკუთხედიდან - პენტაგონიდან.



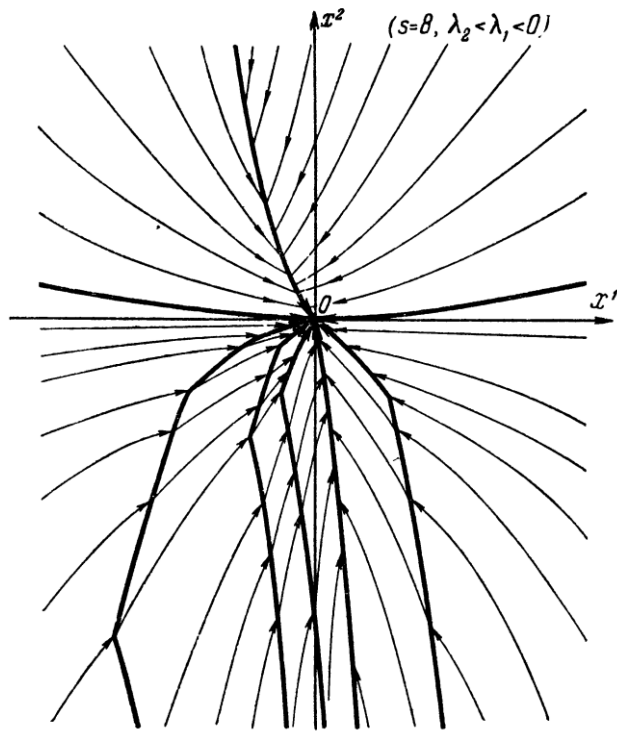
ნახატი 4.2.2. კომპლექსური საკუთრივი მნიშვნელობები, ნამდვილი ნაწილით ნულის ტოლია, დასაშვები მართვა სამკუთხედიდან.

მაგრამ უკვე საკუთრივი მნიშვნელობების ნამდვილი ნაწილის დადებითობის შემთხვევაში  $a > 0$ , სიბრტყეზე არსებობს წერტილები (საწყისი მნიშვნელობები), რომლისთვისაც სისტემა არ არის მართვადი, იხილე ნახატი 4.2.3. ხოლო ის წერტილები, რომლისთვისაც სისტემა არის მართვადი, ეკუთვნის სიბრტყის ამოზნექილ შემოსაზღვრულ ქვესიმრავლეს.



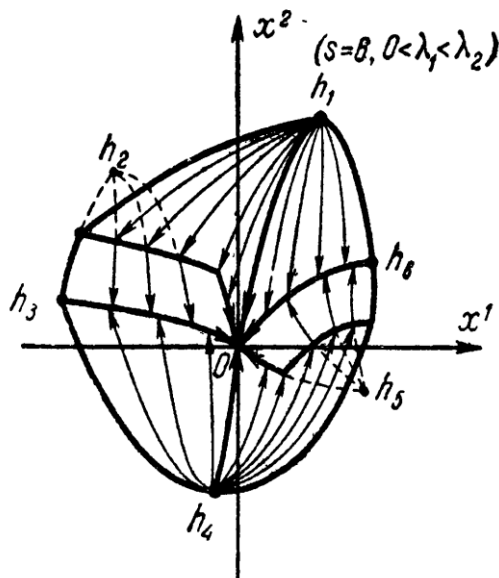
ნახატი 4.2.3. კომპლექსური საკუთრივი მნიშვნელობები, ნამდვილი ნაწილი დადებითია, დასაშვები მართვა ოთხკუთხედიდან.

ვთქვათ, ახლა  $A$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობები ნამდვილი რიცხვებია -  $\lambda_1, \lambda_2$ , თუ  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$  მაშინ ოპტიმალური სინთეზის ამოცანა შესაძლებელია გადაწყდეს მთელი სიბრტყისთვის (იხილე ნახატი 4.2.4).

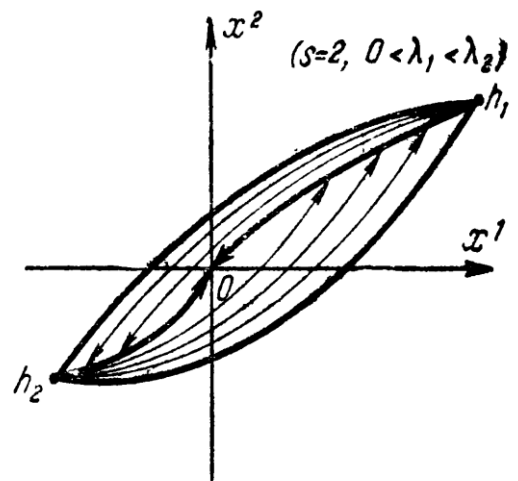


ნახატი 4.2.4. ნამდვილი უარყოფითი საკუთრივი მნიშვნელობები, დასაშვები მართვა რვაკუთხედიდან, მართვადობა - მთელი სიბრტყე.

თუ  $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ , მაშინ ოპტიმალური სინთეზის ამოცანა შესაძლებელია გადაწყდეს სიბრტყის ამოზნექილი და შემოსაზღვრული ქვესიმრავლისთვის (იხილეთ ნახატი 4.2.5, 4.2.6).



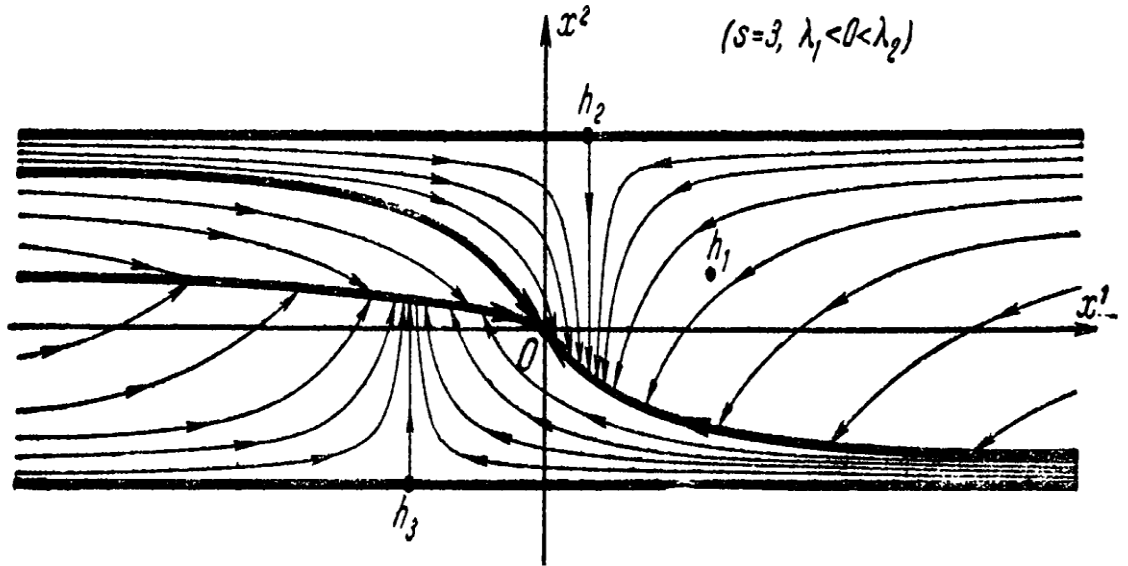
ნახატი 4.2.5.



ნახატი 4.2.6. ნამდვილი დადებითი საკუთრივი

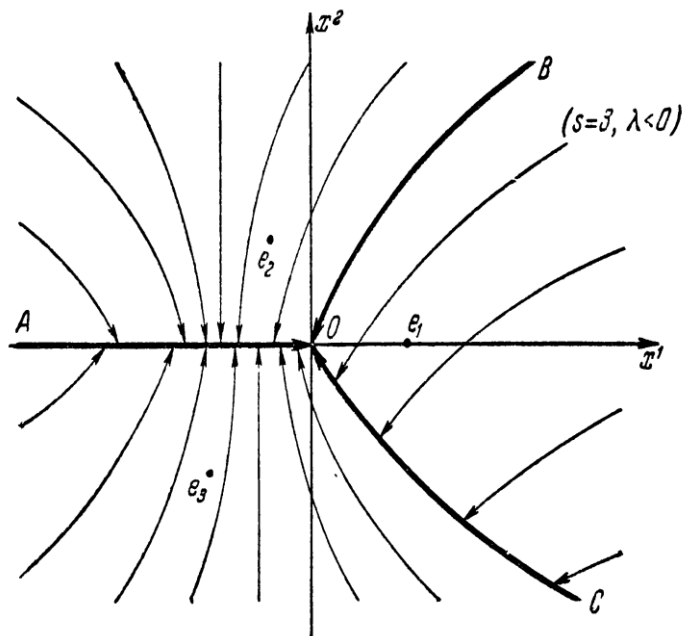
მნიშვნელობები, დასაშვები მართვა ექვსკუთხედი და მონაკვეთი, მართვადობა - სიბრტყის შემოსაზღვრული ამოზნექილი ქვესიმრავლე.

თუ  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$ , საკუთრივ მნიშვნელობებს სხვადასხვა ნიშანი აქვთ, მაშინ ოპტი-  
 მალური სინთეზი შესაძლებელია გადაწყდეს სიბრტყის ამოზნექილ ქვესიმრავლე-  
 ზოლზე. იხილე ნახატი 4.2.7. ვთქვათ საკუთრივი მნიშვნელობები შეიძლება იყვნენ ნუ-  
 ლის ან ერთმანეთის ტოლი. დავუშვათ, ნულის ტოლია ერთი საკუთრივი მნიშვნელობა.



ნახატი 4.2.7. ნამდვილი სხვადასხვა ნიშნის საკუთრივი მნიშვნელობები, დასაშვები მართვა  
 სამკუთხედი, მართვადობა - სიბრტყის შემოსაზღვრული ამოზნექილი ქვესიმრავლე - ზოლი,  
 შემოსაზღვრული უკიდურეს წვეროებზე გამავალი აბცისთა ღერძის მიმართ პარალელური  
 წრფეებით.

იხილე ნახატი 4.2.8.



ნახატი 4.2.8. ერთ-ერთი საკუთრივი მნიშვნელობა ნულის ტოლია, სისტემა  
 სრულიად მართვადია.

განვიხილოთ დარჩენილი შემთხვევა, როცა საკუთრივი მნიშვნელობები ერთმანეთის ტოლია  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ , მაშინ (4.2.17) სისტემის  $A$  მატრიცა ცვლადების წრფივი გარდაქმნის შემდეგ შეიძლება დაყვანილ იქნეს ერთ-ერთ, შემდეგი სახის მატრიცამდე

$$A_1 = \begin{pmatrix} \lambda, 0 \\ 0, \lambda \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} \lambda, 1 \\ 0, \lambda \end{pmatrix}$$

$A_2$  მატრიცისთვის შესაბამისი ოპტიმალური მართვის ამოცანის (4.2.17) -თვის, ოპტიმალური სინთეზის ამოცანა გადაწყდება მთელი სიბრტყისათვის ანუ სისტემა სრულად მართვადია, მაშინ როცა  $A_1$  -თვის ეს ასე არაა. მართლაც  $A_1$  -თვის რ. გამყრელიძის თეორიის თანახმად არ სრულდება ოპტიმალური მართვის არსებობისა და აუცილებლობისათვის ერთ-ერთი ძირითადი პირობა - მდგომარეობის ზოგადობის პირობა, კერძოდ დასაშვები მართვის (ამოზნექილი მრავალკუთხედის) ნებისმიერი გვერდის პარალელური  $w$  ვექტორისთვის,  $Bw$  ვექტორი არ უნდა იყოს  $A_1$  ოპერატორის მიმართ ინვარიანტული ქვესივრცის ელემენტი.  $A_1$  მარტივის შემთხვევაში კი ნებისმიერი წრფე, რომელიც კოორდინატთა სათავეზე გადის ინვარიანტული ქვესივრცეა, ხოლო

$$B = \begin{pmatrix} 1, 0 \\ 0, 1 \end{pmatrix}$$

მაგრამ ოპტიმალური მართვის ამოცანა  $A_1$  მატრიცით მიიღება ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის შემთხვევაში, კერძოდ (4.1.1) - (4.1.2) ამოცანას ფორმულირებულს ოპტიმალური მართვის ამოცანის სახით გვექნება:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = \alpha x_1(t) - \beta u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = \alpha x_2(t) - \beta u_2(t) \end{cases}$$

სადაც  $\alpha$  - მხარეების აგრესიულობის პარამეტრია, ხოლო  $\beta$  - სამშვიდობო მზადყოფნის. ამ შემთხვევაში

$$A = \begin{pmatrix} \alpha, 0 \\ 0, \alpha \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -\beta, -0 \\ -0, -\beta \end{pmatrix}$$

მაგრამ მაქსიმუმის პრინციპი ამ შემთხვევაში არ გამოიყენება, მაშინ როცა 4.1. პარაგრაფში გადაწყვეტილია ანალოგიური სწრაფქმედების ამოცანა, სადაც დინამიური პროცესი - ინფორმაციული ომი აღიწერება ორიგინალური მათემატიკური მოდელებით - (1.2.1). ამდენად, შეიძლება ითქვას, რომ §§ 1.2, 4.1 და 4.2 შემოთავაზებული მიდგომები ერთმანეთს ავსებენ. ერთ-ერთ მიზეზად იმისა, რომ ოპტიმალური მართვის სახით ჩამოყალიბებულმა ინფორმაციული ომის მათემატიკურმა მოდელმა ზოგ შემთხვევაში შედე-

გი არ მოგვცა, მაშინ როცა §1.2 შემოთავაზებული მოდელის ანალიზმა საინტერესო შედეგები გამოიღო და რაც მის ეფექტურობაზე მიუთითებს, არის ის რომ ოპტიმალური მართვის ამოცანის შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობა ფაზური სივრცის სათავეში -  $(0,0)$ -ში, მიიღწევა  $t^*$  დროის მომენტში, რაც ნიშნავს იმას, რომ პირველი და მეორე მხარეები ასრულებენ ინფორმაციულ ომს ერთდროულად:  $x_1(t^*)=0$  და  $x_2(t^*)=0$ . მაშინ როცა მეორე შემთხვევაში, ასეთი მკაცრი მოთხოვნა არ არის და ანტაგონისტურ მხარეს ინფორმაციული ომის შეწყვეტა შეუძლიათ დროის სხვადასხვა მომენტში:  $N_1(t_1^*)=0$  ,  $N_2(t_2^*)=0$ .

## დასკვნა

წარმოდგენილ ნაშრომში მიღწეულია დასახული მიზნები - გადაწყვეტილია რიგი ამოცანა პროფ. თემურ ჩილაჩავას მიერ შემოთავაზებული ინფორმაციული ომის მოდელირების ახალი მიმართულებიდან – ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელები. ინფორმაციული ომის ქვეშ იგულისხმება ორი სახელმწიფოს ან სახელმწიფოთა ორი გაერთიანების, ანაც ორი მძლავრი ეკონომიკური სტრუქტურის (კონსორციუმების) მიერ მასობრივი საინფორმაციო საშუალებების (ბეჭდვითი და ელექტრონული პრესის, ინტერნეტის) გამოყენებით ერთმანეთის წინააღმდეგ მიზანმიმართული დეზინფორმაციისა თუ პროპაგანდის წარმოება. ამ პროცესში მესამე მხარედ გვევლინება საერთაშორისო ორგანიზაციები, მათი გაერთიანებები (გაერო, ეუთო, ევროკავშირი, მსო და სხვა), რომელთა ძალისხმევა სამშვიდობო მოწოდებების გავრცელების სახით, მიმართულია ანტაგონისტურ მხარეთა შორის დამაბულობის ნეიტრალიზაციისა და ინფორმაციული ომის შეწყვეტისაკენ.

ნაშრომში აგებულია ორ ანტაგონისტურ მხარეთა შორის ინფორმაციული ომის ზოგადი, წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი, იმის გათვალისწინებით, რომ არსებობს მესამე, მშვიდობისმყოფელი მხარე. ზოგადი, წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელისთვის, რომელიც წარმოადგენს წრფივ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას, დადგენილია სამშვიდობო სტაბილიზაციის პირობები. რიცხვითი მეთოდებით დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულება კონკრეტული საწყისი პირობებისთვის და მოდელის კონკრეტული პარამეტრებისთვის. ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელის იმ შემთხვევისთვის, როცა მოცემულია ცხრიდან ექვსი განსხვავებული კოეფიციენტი, ნაპოვნია ამ მათემატიკური მოდელის, კომის ამოცანის, ზუსტი ანალიტიკური ამოხსნები.

ზუსტი ანალიზური ამოხსნების საშუალებით განხილულია მხარეთა აქტიურობა ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის, არაპრევენციული და პრევენციული შემთხვევებისათვის.

ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  -სთვის, ანტაგონისტური მხარის ერთნაირი სასტარტო პირობების ( $N_{10} = N_{20}$ ) შემთხვევაში, ნაჩვენებია, რომ მესამე მხარეს არ შეუძლია ინფორმაციული ომის ჩაცხრობა, ინფორმაციული ომი

სულ უფრო იკრებს ძალებს. დადგენილია, რომ მესამე მხარეს არაპრევენციული მიდგომისას ( $N_{30}=0$ ), შეუძლია ნაწილობრივი ზემოქმედების მოხდენა ინფორმაციულ ომზე, კერძოდ ერთ-ერთ მხარეზე, თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყო არათანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} \neq N_{20}$ ). ამასთან მესამე მხარის ზემოქმედება ხდება იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის საწყისი პირობაც ნაკლებია და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა კი თავიდან იგი აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, მაგრამ შემდეგ ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს და საერთოდ წყვეტს მას.

გამოკვლეულია, რომ ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  -სთვის, იმ შემთხვევაში, თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს ( $N_{30}=0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყო თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე უშედეგოა - ისინი აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს. თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყო არათანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} \neq N_{20}$ ), მაშინ მესამე მხარის ზემოქმედება ხდება იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის საწყისი პირობაც ნაკლებია და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციული ომს, თუმცა კი თავიდან იგი აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, მაგრამ შემდეგ ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს და საერთოდ წყვეტს მას. დიდი სასტარტო პირობების მქონე მხარე აგრძელებს და ავითარებს ინფორმაციულ შეტევებს.

დადგენილია, რომ ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$  -ის შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს ( $N_{30}=0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყო თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე შედეგიანია. ამ შემთხვევაში ანტაგონისტური მხარეების აქტიურობის განმსაზღვრელი ფუნქციები გადიან ნულზე, როცა

$$t^* = \frac{2(\pi - \varphi)}{\sqrt{-D}}, \text{ სადაც } \varphi \text{ -სთვის სამართლიანია } tg\varphi = \frac{\sqrt{-D}}{\alpha}. \text{ არათანაბარ სასტარტო პი-}$$

რობებისთვისაც ( $N_{10} \neq N_{20}$ ), ინფორმაციული ომი სრულდება



$$t_1^* = \frac{2}{\sqrt{-D}} \arcsin \left( \frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \cdot \frac{\sqrt{-D}}{\sqrt{8\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2} t_1^*} \right) + \frac{2}{\sqrt{-D}} (\pi - \varphi) > \frac{2}{\sqrt{-D}} (\pi - \varphi)$$

-სთვის, და ამ შემთხვევაში როგორც დადგენილია, შედეგის მიღწევა შესაძლებელია  $\gamma$ -ს შერჩევით,  $\beta \gamma$  ნამრავლის გაზრდით.

გამოკვლეულია, რომ პრევენციის შემთხვევაში მესამე მხარის ზემოქმედება ინფორმაციულ ომზე უფრო შედეგიანია. ინფორმაციული ომის პრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ -სთვის, ანტაგონისტური მხარის ერთნაირი სასტარტო პირობების ( $N_{10} = N_{20}$ ) დროს, იმ შემთხვევაში, როცა მესამე მხარის პრევენცია აკმაყოფილებს პირობას  $N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}$ , მაშინ სამივე  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე - ანუ ინფორმაცი-

ული ომი დასრულდება. დადგენილია ის პირობები პრევენციაზე, რომელიც უზრუნველყოფს ინფორმაციული ომის დასრულებას თუ კი, ანტაგონისტური მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ ( $N_{10} \neq N_{20}$ ).  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ -ის დროს, იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, ანტაგონისტურ მხარეებს ერთნაირი სასტარტო პირობები ( $N_{10} = N_{20}$ ) აქვთ, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე ეფექტურია და პრევენციის ამ პირობისთვის, როცა  $N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta} N_{10}$  პირველი და მეორე მხარეები ასრულებ-

ენ ინფორმაციული ომს  $t^*$ -ში  $t^* = \frac{N_{10}}{\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} N_{10}} = \frac{N_{10}}{\beta(N_{30} - \frac{\alpha}{2\beta} N_{10})}$  თუ კი, ანტაგონისტურ

მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ ( $N_{10} \neq N_{20}$ ) მაშინ დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების ის პირობები, როცა სამივე საძებნი ფუნქცია გადის ნულზე.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ -ის დროს, თუ ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე შედეგიანია. ამ შემთხვევაში  $N_1(t)$  და

$N_2(t)$ , ფუნქციები ნულზე გადიან  $t^*$ -ში  $t^* = \frac{2(\pi - \varphi - \theta)}{\sqrt{-D}}$ , სადაც  $\theta = \arctg \frac{N_{30} \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{4\gamma N_{10} - \alpha N_{30}}$

და  $\varphi = \arctg \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha}$ . ანტაგონისტური მხარეების არათანაბარი სასტარტო პირობების ( $N_{10} \neq N_{20}$ ) შემთხვევაში დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები, რომ  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  და  $N_3(t)$  ფუნქციები ნულზე გადაიან შესაბამისი  $N_{30}$  და  $\gamma$  შერჩევით (პრევენციის და სამშვიდობო აქტიურობის გაზრდით). თუ კი პრევენციას არ აქვს ადგილი, სამივე სამეზბნი ფუნქციის ნულზე გასვლა შესაძლებელია, მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა  $D < 0$  (აგრესიულობა სამშვიდობო აქტიურობასთან შედარებით ნაკლებია). ამასთან ამ უკანასკნელ შემთხვევაში, ნულზე გასვლა მიიღწევა  $\gamma$  (სამშვიდობო აქტიურობის) გაზრდით, მაშინაც, როცა ინფორმაციული ომი იწყება სხვადასხვა სასტარტო პირობებში. ამრიგად, საერთაშორისო ორგანიზაციები ვერ აქრობენ ინფორმაციული ომს, ანუ  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ფუნქციები არ გადაიან ნულზე, როცა  $D \geq 0$  (აგრესიულობა მაღალია), და არ არსებობს პრევენციული ქმედებები მათი მხრიდან.

აგებულია დისკრეტული მოდელები და განხილულია ცალ-ცალკე ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების დისკრეტული მათემატიკური მოდელის არაპრევენციული და პრევენციული შემთხვევები. დადგენილია, რომ, ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში ( $z_0 = 0$ ), როცა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  და ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ თანაბარი სასტარტო პირობები ( $x_0 = y_0$ ), დაპირისპირებული მხარეები აძლიერებენ აქტივობას და ინფორმაციული ომი არ წყდება. თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარ საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ) დადგენილია, რომ მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ), შეუძლია მხოლოდ ნაწილობრივ მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე. კერძოდ იგი ზემოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეზე, ამასთან მესამე მხარე ზემოქმედებს იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის სასტარტო პირობები უფრო "სუსტია", ანუ მცირე. და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა თავდაპირველად აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, შემდეგ კი ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს, ბოლოს კი სრულიად წყვეტს მათ. გამოკვლეულია, რომ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  -ის შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსი ( $\alpha$ ) ჯერ კიდევ დიდია და ადგილი აქვს ანალოგიებს  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევაში: როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა არ მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა

დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე უშედეგოა - ისინი აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მიუხედავად იმისა, რომ მესამე მხარეც ზრდის თავის სამშვიდობო აქტიურობას, ვღებულობთ, რომ  $x_n, y_n, z_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$ . მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ), შეუძლია მხოლოდ ნაწილობრივ მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე. კერძოდ, იგი ზემოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეზე თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ). ამასთან მესამე მხარე ზემოქმედებს იმ ანტაგონისტური მხარეებზე, რომლის სასტარტო პირობები უფრო "სუსტია", ანუ მცირე და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა თავდაპირველად აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, შემდეგ კი ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს, ბოლოს კი სრულიად წყვეტს მათ.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ -ის შემთხვევაში, როცა აგრესიულობის ინდექსის ( $\alpha$ ) კვადრატი ნაკლებია სამშვიდობო მზადყოფნის ( $\beta$ ) და სამშვიდობო აქტივობის ( $\gamma$ ) გარვამაგებული ნამრავლისა, დადგენილია, რომ სამშვიდობო აქტივობა "მოთოკავს" ანტაგონისტური მხარეების აგრესიულობას და ინფორმაციული ომი სრულდება. თუ საერთაშორისო ორგანიზაციებმა არ მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანია. მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ),  $D < 0$  პირობებში შეუძლია სრულად მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე (სამშვიდობო აქტიურობის გაზრდით), აიძულოს მხარეები შეწყვიტონ იგი იმ შემთხვევაში, როცა ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ).

ინფორმაციული ომის პრევენციულ მოდელში, როცა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  და ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $x_0 = y_0$ ), ნაჩვენებია, რომ თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციები შეარჩევენ პრევენციის

დონეს  $z_0$  ისეთნაირად, რომ შესრულდეს პირობები:  $\frac{2\gamma x_0}{\lambda_2^*} = \frac{4\gamma x_0}{\alpha - \sqrt{D}} < z_0$  და  $z_0 \leq \frac{\alpha + 1}{\beta} x_0$ ,

მაშინ სამივე მიმდევრობა  $x_n, y_n, z_n$  ხდება უარყოფითი, ანუ "გადაკვეთს ნულს" - ე.ი. ინფორმაციული ომი სრულდება. თუ კი ეს პირობები არ სრულდება, ინფორმაციული ომი გრძელდება, უფრო მეტიც ღვივდება, რადგანაც  $x_n, y_n, z_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$ . იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი სასტარტო პირობებით, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანი - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს და დადგენილია, რომ ეს შედეგი მიიღწევა პრევენციის გარკვეული მნიშვნელობებიდან.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  -ის შემთხვევაში, როცა აგრესიულობის ინდექსი ( $\alpha$ ) ჯერ კიდევ დიდია შედეგები ანალოგიურია.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევაში კი, დადგენილია, რომ როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანია - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ნაჩვენებია რომ  $z_0 > \frac{4\gamma}{\alpha} x_0$  -ს პირობებისა, მაშინ როცა  $n \geq N^{**} = \left[ \frac{x_0(\alpha + 2)\alpha}{2\beta(\alpha z_0 - 4\gamma x_0)} \right] + 1$  შესაბამისი  $x_n$  -ც გახდება უარყოფითი და სამართლიანია  $x_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ამდენად პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ეს სამართლიანია მეორე მხარისთვისაც:  $y_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$  ანუ ინფორმაციული ომის სრულდება. იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 > y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანია - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს. როცა  $D < 0$ , და ანტაგონისტურ მხარეებს ტოლი ( $x_0 = y_0$ ) ან სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ ( $x_0 > y_0$ ), მაშინ დადგენილი გარკვეული პირობებისთვის (მათ შორის სამშვიდობო აქტიურობის კოეფიციენტის და პრევენციის გაზრდით) ინფორმაციული ომი სრულდება, ამასთან თავიდან ის მხარე, ვისაც ნაკლები სასტარტო პირობა აქვს, ასრულებს ინფორმაციული ომს, ხოლო შემდეგ

კი ის, რომელსაც მეტი სასტარტო პირობა გააჩნია. ინფორმაციული ომის დისკრეტული მათემატიკური მოდელის შესაბამისი პარამეტრების შემთხვევაში საერთაშორისო ორგანიზაციები შეწყვეტენ მშვიდობისმყოფელი განცხადებების გავრცელებას, მას მერე რაც პირველი მხარე დაასრულებს ინფორმაციულ ომს.

აგებულია ინფორმაციული ომის არაწრფივი უწყვეტი მოდელები: ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგის იგნორირების და ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგეების შემთხვევები. მოდელები აგებულია არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით და გამოკვლეულია შესაბამისად დასმული კომის ამოცანები. პირველ მოდელში ნაპოვნია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები და მათი საშუალებით დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები. ნაჩვენებია, რომ ინფორმაციული ომი სრულდება ნებისმიერი პრევენციისთვის, ხოლო ანტაგონისტურ მხარეთა აქტიურობა, პიკზე გასვლა, განისაზღვრება პირობით; როცა  $N_{30} < \frac{\alpha}{\beta}$ ,  $N_1(t)$  იწყებს ჯერ ზრდას, აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო შემდეგ მცირდება და ასიმპტოტურად ზემოდან უახლოვდება ნულს. ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური მარყუჟი. იგივე პროცესი სრულდება მეორე მხარისთვის; თუ კი,  $N_{30} > \frac{\alpha}{\beta}$  როცა  $|C| > 1$ ,  $N_1(t)$ , ისევე როგორც  $N_2(t)$  თავიდანვე იწყებს კლებას და ასიმპტოტურად ზემოდან უახლოვდება ნულს. მეორე მოდელი გამოკვლეულია რიცხვითი მეთოდების საშუალებით და დადგენილია ინფორმაციული ომის სტაბილური დასრულების პირობები.

ინფორმაციული ომია მათემატიკური მოდელებში წარმოქმნილი ექსტრემალური ამოცანებიდან გამოკვლეულია მინიმიზაციის ამოცანა და ოპტიმალური მართვის ამოცანა - ინფორმაციული ომის დასრულებას მინიმალურ დროში ან სამშვიდობო პროცესის დასრულება მცირე ფინანსური თუ სხვა რესურსების გამოყენების პირობებში. ოპტიმიზაციის მეთოდების გამოყენებით მიღებულია ინფორმაციული ომის უმოკლეს დროში დასრულების პირობები. ოპტიმალური მართვის ამოცანის მაქსიმუმის პრინციპის გამოყენებით გამოკვლეულია ინფორმაციული ომის დასრულების ამოცანა მცირე დანახარჯებისთვის და სწრაფქმედების ამოცანა.

კომპიუტერული გათვლები და გამოთვლითი ექსპერიმენტები ჩატარებულია Matlab-ის გარემოში, შედგენილია პროგრამების ტექსტები, კომპიუტერული გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის, მიღე-

ბული შედეგების ვიზუალიზაცია წარმოდგენილია ნაშრომში.

ამდენად ნაშრომში მიღებული შედეგებიდან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ მშვიდობისმყოფელების როლი ინფორმაციული ომის ჩაქრობაში არსებითია და თუ ისინი სათანადო დონის (ამ სათანადო დონის განსაზღვრა კი შესაძლებელია წარმოდგენილი ნაშრომის საფუძველზე) აქტიურობას წარმოაჩინენ, მათ შეუძლიათ ყველაზე მძაფრი ინფორმაციული ომის ჩაქრობაც კი. მათემატიკურმა მოდელმა აჩვენა, რომ სწორედ საერთაშორისო ორგანიზაციების ძალისხმევის შედეგად შესაძლებელია ორ ანტიგონისტურ სახელმწიფოს შორის ინფორმაციული ომის შეჩერება, რათა შემდგომში მოვლენები ცხელ ფაზაში, ანუ საბრძოლო ვითარებაში არ გადაიზარდოს.

ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის შექმნას თეორიული ინტერესების გარდა პრაქტიკული დანიშნულებაც აქვს. მისი საშუალებით შესაძლებელია დაკვირვებისა და მოვლენების გაანალიზების შედეგად ინფორმაციული ომის ადრეულ სტადიაზე მოწინააღმდეგე მხარის განზრახვების დადგენა და მოსალოდნელი დაპირისპირების ჩახშობა. ინფორმაციული ომის ადრეულ სტადიაზე დაკვირვების საფუძველზე შესაძლებელია მოდელის პარამეტრების მნიშვნელობათა (აგრესიულობის ინდექსის, სამშვიდობო მზადყოფნის, სამშვიდობო აქტიურობის) და შემდეგ უკვე მოდელის ამოხსნების საშუალებით ინფორმაციული ომის განვითარების დადგენა (ე.ი განსახილველია შებრუნებული ამოცანა). ნებისმიერი ინფორმაციული ომის შეწყვეტა არის შესაძლებელი იმ შემთხვევაში, თუ მხარეებს შორის ჩაერევა საერთაშორისო ორგანიზაციები და ოპერატიულად იქნება მიღებული სამშვიდობო მოწოდებები. მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მოქმედების სტრატეგია და ტაქტიკა უნდა ეფუძნებოდეს იმ რეკომენდაციებსა და ანალიზს, რასაც ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელები იძლევიან. ამდენად წარმოდგენილი ნაშრომის შედეგები მეცნიერულ, მათემატიკურ დონეზე ადასტურებენ მშვიდობისმყოფელთა მოღვაწეობის იმ დიდ პასუხისმგებლობასა და პატივს, რაც აღნიშნულია სახარებაში [1]: "ნეტარ იყვნენ მშვიდობისმყოფელნი, რამეთუ იგინი ძედ ღმრთისად იწოდნენ" (მათე 5:9).

## ლიტერატურა

1. ახალი აღთქუმაი. საქართველოს საკატრიარქო, გამომცემლობა "ალილო", თბილისი 2011 წ. 640 გვ.
2. ბიბლია. საქართველოს საკატრიარქო, საქართველოს საკატრიარქოს გამომცემლობა, თბილისი 1989 წელი. 1216 გვ.
3. მელაძე ჰ., მენტეშაშვილი მ., მჭედლიშვილი ნ., სხირტლაძე ნ. გამოთვლითი მათემატიკის საფუძვლები. ნაწილი I, თსუ, თბილისი, 2003, 347 გვ.
4. მელაძე ჰ., მენტეშაშვილი მ., მჭედლიშვილი ნ., სხირტლაძე ნ. გამოთვლითი მათემატიკის საფუძვლები. ნაწილი II, თსუ, თბილისი, 2005, 274 გვ.
5. მელაძე ჰ., სხირტლაძე ნ. გამოყენებითი მათემატიკის საწყისები. თსუ, თბილისი, 2000, 261 გვ.
6. "ინფორმაციული უსაფრთხოების შესახებ" კანონპროექტს საქართველოს პარლამენტი განიხილავს - საქართველოს ეროვნული უშიშროების საბჭოს საიტი, <http://www.nsc.gov.ge/geo/news.php?id=6153>
7. ოზგაძე თ. მათემატიკური მოდელების კურსი (უწყვეტი მოდელები). სტუ, თბილისი, 2006, 101 გვ.
8. ოზგაძე თ., ოზგაძე ლ., მჭედლიშვილი ნ., დავითაშვილი ი., თუშიშვილი ნ. მათემატიკური მოდელების კურსი. ეკონომიკის MATHCAD-ის და MATLAB-ის ბაზაზე ( II ტომი), სტუ, თბილისი, 2007, 200 გვ.
9. სამარსკი ა. ა., რიცხვითი მეთოდების შესავალი. თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 2001, რედაქტორები ჰ. მელაძე, ნ. სხირტლაძე, თანგმნა თ. დავითაშვილისა. 348 გვ.
10. საშობაო ეპისტოლე (6 იანვარი 2010). ამბიონი - საზოგადოებრივ რელიგიური ინტერნეტჟურნალი. <http://www.ambioni.ge/sasobao-epistole>
11. ჩილაჩავა თ. კერესელიძე ნ. „აგრესორი-მსხვერპლის“ ინფორმაციული ომის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი. ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის შრომების კრებული, ტ.2, 2011, გვ. 5 - 15
12. ჩილაჩავა თ. კერესელიძე ნ. საინფორმაციო ომის მათემატიკური მოდელირება. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications 2010|No. 1(24), გვ. 78-105.
13. ჩილაჩავა თ., ძიძიგური ც. მათემატიკური მოდელირება. "ინოვაცია". თბილისი 2008 წ., 440 გვ.
14. მ. ხანანაშვილი, ინფორმაციული სტრესი. საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის გამომცემლობა. თბილისი, 2008. 168 გვ.
15. ჯანგველაძე თ. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის მეთოდები. თსუ, თბილისი, 2005, 307 გვ.
16. Богданов А. М., Мохор В.В. Математическая модель информационного воздействия. Інформаційні технології та безпека: Збірник наукових праць Інституту проблем реєстрації інформації НАН України.— К.: ІПРІ, 2002.— Вип. 2.

17. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М. «Наука», 1962 г. Изд 2. 408 стр.
18. Босс В. Лекции по математике. Т.7: Оптимизация. Учебное пособие. Изд. 2-е, стереотипное, М.: изд. КомКнига, 2007, 216 стр.
19. Босс В. Лекции по математике. Т.2: Дифференциальные уравнения. Учебное пособие. Изд. 2-е, исправленное, М.: изд. Книжный дом «Либроком», 2009, 208 стр.
20. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М. «Наука», 1981г. 720 с.
21. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М. «Наука», 1972г., 576 стр.
22. Маревцева Н. А., Математические модели информационного нападения и информационного противоборства. Журн. Социология. №3. 2011 г. стр. 26 -35.
23. Михайлов А. П., Измодедова К. В. Об оптимальном управлении процессом распространения информации. Журн. «Математическое моделирование», 2005 год, том 17, номер 5, стр. 67-76.
24. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. изд. «Наука» 1969 г. 384 стр., второе издание.
25. Поченцов Г. Г. Пропаганда и контрпропаганда. Изд. «Центр», М. 2004. 256 стр.
26. Пугачева Е. Г., Соловьев К. Н. Самоорганизация социально-экономических систем. Иркутск. Издательство БГУЭП. 2003. 172 стр.
27. Самарский А.А. Введение в численные методы. Учебное пособие для вузов. 5-е изд., стер. СПб.: Издательство «Лань», 2009, 288стр.
28. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд. Испр. – М. ФИЗМАТЛИТ. 2005. 320стр.
29. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Математическое моделирование информационных войн. Журнал Информационные войны. 2011. №1(17), стр. 28-35.
30. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Нелинейная математическая модель информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды 19-ой Международной конференции. Москва, декабрь 2011 г, стр. 185-188.
31. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Оптимизационная задача математической модели информационной войны. Тезисы докладов. Международная научная конференция «Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление» посвященная 80-летию со дня рождения И.В. Прангишвили. Грузия, Тбилиси, 01-04 ноября, 2010, стр. 196 – 197.
32. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Оптимизационная задача непрерывной математической модели превентивной информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды 18-ой Международной конференции. Москва, декабрь 2010 г, стр. 221-226.
33. Шампайн Л. Ф., Гладвел И., Томпсон С. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB. М., издательство «Лань», 2009. 304 стр.



34. Dormand J. R., Prince P. J. A family of embedded Runge-Kutta formulae. *J. Comput. Appl. Math.* 27:p 19-26. 1980.
35. Cares Jeffrey R., An Information Age Combat model, Alidade Consulting Technical Paper, March 2001.
36. Chilachava T., Kereselidze N. About one mathematical model of the information warfare. Fifth congress of mathematicians of Georgia. Abstracts of contributed talks. Batumi/Kutaisi, October 9-12, 2009, pg. 85.
37. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous linear mathematical model of preventive information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 113 – 141.
38. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous nonlinear mathematical model of information warfare. International conference continuum mechanics and related problems of analysis to Celebrate the 70th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences and the 120th birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Tbilisi, September 9 – 14, 2011, p. 155-156.
39. Chilachava T., Kereselidze N. General continuous linear mathematical model of information warfare. Abstracts II International conference of Georgian mathematical union, Dedicated to the 70th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences and the 120th birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Batumi, September 15 – 19, 2011, p. 117-118.
40. Chilachava T., Kereselidze N. Mathematical and computer model of preventive information warfare. Georgian mathematical union. First international conference. Book of abstracts. Batumi, September 12-19, 2010, p. 75 – 76.
41. Chilachava T., Kereselidze N. Non-preventive continuous linear mathematical model of information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 91 – 112.
42. Chilachava T., Kereselidze N. Optimizing problem of mathematical model of preventive information warfare. Informational and Communication Technologies – Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80th Anniversary of I.V. Prangishvili. USA, Imprint: Nova, 2011, [https://www.novapublishers.com/catalog/advanced\\_search\\_result.php?keywords=%20I.V.%20Prangishvili&page=1&sort=2d](https://www.novapublishers.com/catalog/advanced_search_result.php?keywords=%20I.V.%20Prangishvili&page=1&sort=2d)
43. Joint Pub 3-13 “Information Operations”, DOD US, December, 1998.
44. Jorma Jormakka, Jarmo V.E. Molsa, Modelling Information Warfare as a Game. *Journal of Information Warfare*. 2005, 4 (2): p. 12-25.
45. Rona T. P., “Weapon Systems and Information War”, Boeing Aerospace Co., Seattle, WA, 1976.
46. [www.securitylab.ru](http://www.securitylab.ru).